## *Лекция 4.* Резонанс напряжений

***Имеет место при последовательном соединении катушки индуктивности и ёмкости, когда $X_L = X_C$***

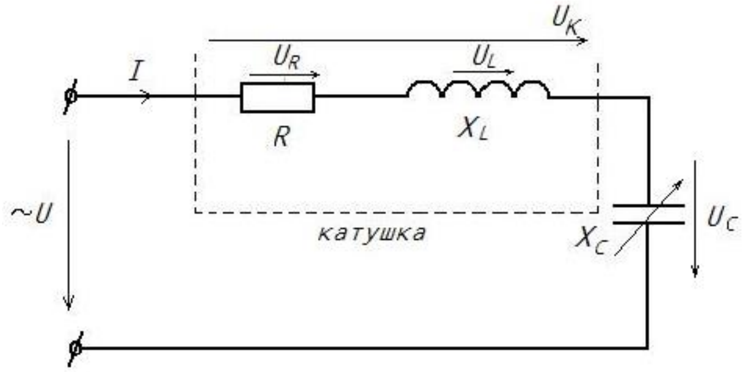



Рис. 20. Принципиальная схема с резонансом напряжений

$U = const = IZ = I\sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2}$ – напряжение сети;

$U_K = IZ_K = I\sqrt{R^2 + {X_L}^2}$ – напряжение на катушке индуктивности;

$U_R = IR$, $U_L = IX_L$– активная и индуктивная составляющие напряжения на катушке индуктивности (реактивная); $U_C = IX_C$ – напряжение на ёмкости (реактивное);

$R$, $X_L$ – активное и индуктивное сопротивления катушки; $X_C$ – емкостное сопротивление.

**Условие резонанса напряжений:**

$$X_L = X_C \qquad \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$– модуль полного сопротивления ($Z_{\text{рез}} = R$);

$I = \frac{U}{Z}$– ток в электрической цепи ($I_{\text{рез}} \to \max$); $\cos\varphi$ – коэффициент мощности цепи ($\cos\varphi_{\text{рез}} = \frac{R}{Z} = 1$).

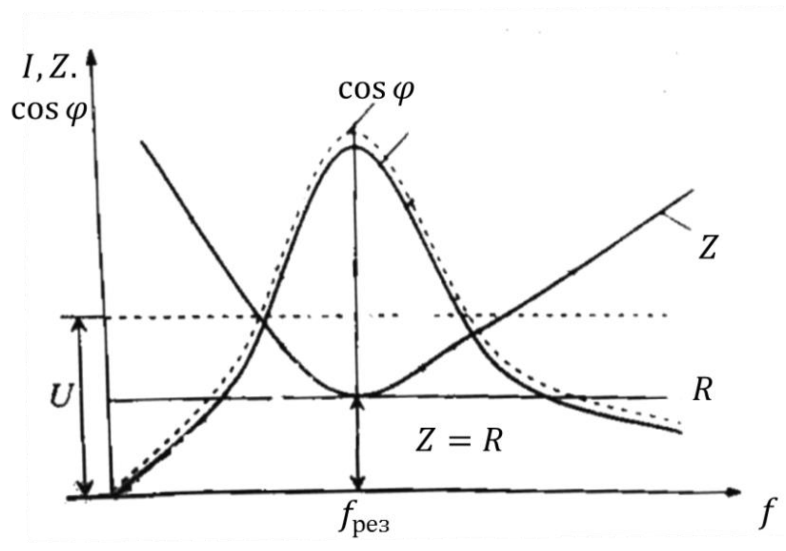



Рис. 1.21. Зависимость силы тока $I$, $cos\varphi$ и сопротивления $Z$ от частоты$f$

**Вывод**:

***При резонансе напряжений:***

1)*Модуль сопротивления* минимальный: $Z_{\text{рез}} = R \to \min$;

2) *Ток* максимальный : $I_{\text{рез}} = \frac{U}{R} = I_{\max}$, $\text{т. к.}\, Z_{\text{рез}} \to R \Rightarrow \min$;

3) *Коэффициент мощности* максимальный: $\cos\varphi_{\text{рез}} = \frac{R}{Z_{\text{рез}}} = 1 \left(\sin\varphi_{\text{рез}} = 0\right)$;

4) *Реактивная мощность* равна нулю: $Q_{\text{рез}} = Q_L - Q_C = I_{\text{рез}} U \sin\varphi_{\text{рез}} = 0$;

5) *Реактивные напряжения* равны между собой: $U_L = U_C \Rightarrow U = U_R$,

где$U_L = I_{\max} X_L$; $U_C = I_{\max} X_{C,}$ так как $X_L = X_C \Rightarrow f_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$;

6) *Напряжение сети:* $U = I_{\max} R = U_R$.

**Резонанс напряжений** широко применяется в **электронных устройствах**. **В силовых установках** – **нежелателен**, так как ***большие реактивные напряжения*** ($U_L$, $U_C$) могут вывести установку из строя.

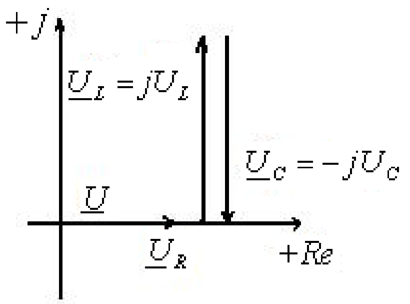



Рис. 1.22. Векторная диаграмма при резонансе напряжений

**Параллельное соединение сопротивлений**

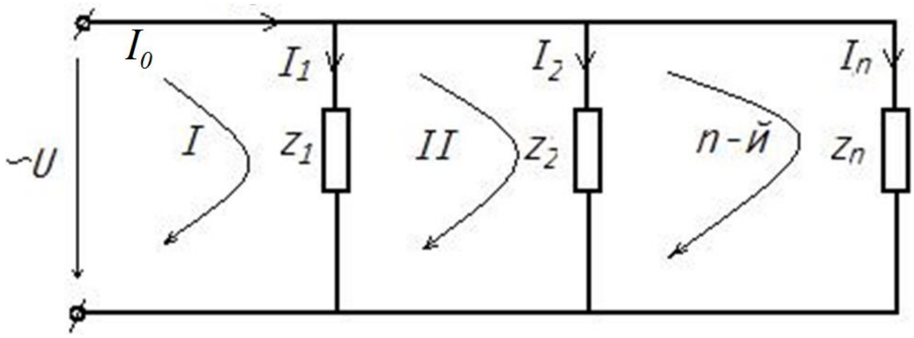



Рис. 1.23. Принципиальная схема

Для данной цепи *1-й закон Кирхгофа* (в комплексной форме):

1) $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \ldots + \underline{I}_n$

Вектор $\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \underline{U}\underline{Y}_1$, где $\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1}$ *– полная проводимость 1-й ветви.*

Аналогично:

$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \underline{UY_2}$, где $\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2}$ – *полная комплексная проводимость 2-й ветви;*

$\underline{I}_n = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_n} = \underline{UY_n}$где $\underline{Y}_n = \frac{1}{\underline{Z}_n}$ – *полная комплексная проводимость n-й ветви;*

тогда $\underline{Y}_0 = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \ldots + \underline{Y}_N$ – *полная комплексная проводимость параллельного соединения.*

***Определим для первой ветви*** $Y_1$ : $\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R_1 + j(X_L - X_C)}$.

Умножим числитель и знаменатель на сопряженный комплекс:

$$(R_1 - j(X_L - X_C))$$

$$\underline{Y}_1 = \frac{[R_1 - j(X_{L1} - X_{C1})]}{\underbrace{[R_1 + j(X_{L1} - X_{C1})] \cdot [R_1 - j(X_{L1} - X_{C1})]}_{Z_1^2}} = G_1 - j(B_{L1} - B_{C1}) = G_1 - jB_1,$$

где $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2}$ – *модуль полного сопротивления 1-й ветви*;

$G_1 = \frac{R_1}{{Z_1}^2} = \frac{R_1}{{R_1}^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2}$ – *модульполного сопротивления1-й ветви;*

$B_1 = \frac{X_{L1} - X_{C1}}{{Z_1}^2} = B_{L1} - B_{C1}$ – *активная проводимость 1-й ветви,*

где $B_{L1} = \frac{X_{L1}}{Z_1}; B_{C1} = \frac{X_{C1}}{{Z_1}^2}$ – *индуктивная и емкостная проводимости 1-й ветви*;

$Y_1 = |\underline{Y}_1| = \sqrt{{G_1}^2 + (B_{L1} - B_{C1})^2}$ – *модуль полной проводимости 1-й ветви.*

По аналогии с $\underline{Y}_1$ находим вектор $\underline{Y}_2$:

$\underline{Y}_2 = G_2 - jB_2;\ G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2}; B_2 = B_{L2} - B_{C2} = \frac{X_{L2} - X_{C2}}{Z_2^2}$, где $B_{L2} = \frac{X_{L2}}{Z_2^2}; B_{C2} = \frac{X_{C2}}{Z_2^2}$.

$Y_2 = |\underline{Y}_2| = \sqrt{G_2^2 + (B_{L2} - B_{C2})^2}$ – модуль полной проводимости 2-й ветви.

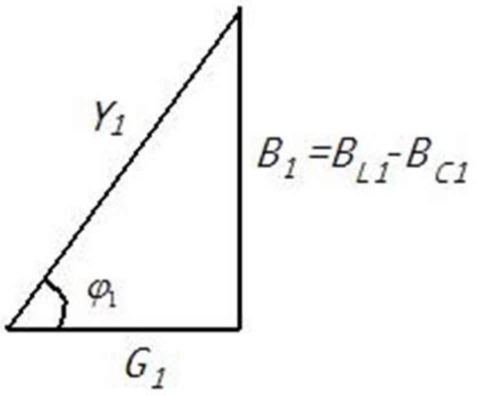
*Вектор полной проводимости всей цепи:*

$$\underline{Y}_0 = G_0 - jB_0 = \sum_1^N G - j\left(\sum_1^N B_L - \sum_1^N B_C\right).$$

*Модуль полной проводимости цепи*: $Y_0 = |\underline{Y}_0| = \sqrt{G^2{}_0 + B^2{}_0}$,

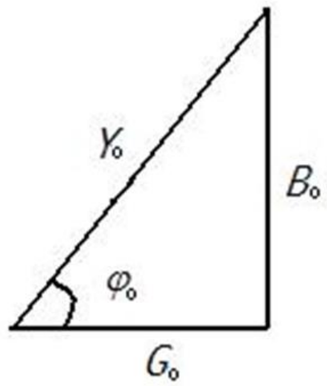
где $G_0 = \sum_1^N G\,; B_0 = \sum_1^N B_L - \sum_1^N B_C$ .

***Треугольник проводимости 1-й ветви***




$$\cos\varphi_1 = \frac{G_1}{Y_1}; \quad tg\varphi_1 = \frac{B_{L1} - B_{C1}}{G_1};$$

***Треугольник проводимости всей цепи***




$$\cos\phi_0 = \frac{G_0}{Y_0} \quad ; \quad tg\phi_0 = \frac{B_0}{G_0}.$$