

Лекция 10. Анализ и расчет магнитных цепей

Основные магнитные величины и законы электромагнитного поля.

Понятие о магнитной цепи

Электромагнитное поле, включает взаимосвязанные электрическое и магнитное поля

Магнитное поле (рис.1) характеризуется вектором магнитной индукции \underline{B} и магнитным потоком Φ через поверхность $d\underline{S}$

$$\Phi = \int_S \underline{B} d\underline{S} = B dS \cos \beta,$$

где β – угол между векторами \underline{B} и $d\underline{s}$; S – площадь сечения пересекаемого магнитным потоком.

Если магнитное поле равномерно и $\beta = 0$, то $\Phi = BS$.

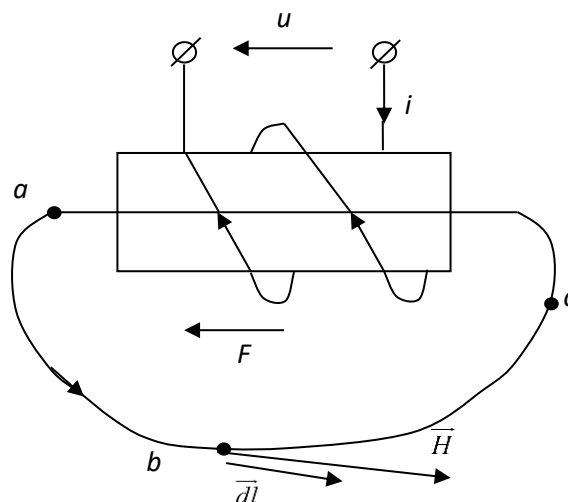


Рис. 1.47. Катушка индуктивности

Для магнитного поля выполняется **принцип непрерывности магнитного потока** – магнитный поток сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю.

Теория электромагнитных явлений **базируется на двух законах**: законе электромагнитной индукции и законе полного тока.

Закон электромагнитной индукции (в формулировке Максвелла): ЭДС, индуктированная в цепи при изменении магнитного потока, проходящего через поверхность, ограниченную контуром цепи, равна скорости изменения магнитного потока, взятой с отрицательным знаком.

Закон полного тока (получен опытным путем):

$$\oint \underline{H} d\underline{l} = \sum_{k=1}^n i_k \quad (1.31)$$

где \underline{H} – вектор напряженности магнитного поля, $d\underline{l}$ – вектор бесконечно малого элемента контура; i_k – токи пронизывающие контур ($k=1 \dots n$).

Для катушки индуктивности с числом витков w (рис. 1.47), закон полного тока имеет вид: $\oint \underline{H} d\underline{l} = iw = F$,

где F – магнитодвижущая сила (МДС) катушки.

При составлении уравнения взят контур abc (рис. 1.47). Направление вектора \overline{H} совпадает с направлением вектора \underline{B} .

Контур $abca$ охватывает ток iw раз: iw является полным током. Полный ток $\sum_{k=1}^n i_k$ может складываться из токов проводимости, переноса и смещения:

МДС iw вызывает магнитный поток в магнитной цепи подобно тому, как ЭДС вызывает ток в электрической цепи.

Единица измерения напряженности магнитного поля в системе СИ: $[H] = [i/l] = \text{А/м}$.

Электромагнитные устройства (тяговые электромагниты, электрические машины, трансформаторы и т.п.) преобразуют электрическую энергию в механическую или создают магнитные поля с заданными характеристиками. Включают *источник магнитного поля, и магнитопровод*, а также вспомогательные устройства.

Магнитопровод – совокупность ферромагнитных и неферромагнитных частей для создания магнитных полей нужной конфигурации и интенсивности.

Магнитное поле может создаваться *постоянным магнитом* или *катушкой с током*, расположенной в той или иной части магнитопровода.

По катушке может протекать постоянный или переменный (синусоидальный) ток. В первом случае создается постоянная МДС, во втором – переменная.

Свойства и характеристики ферромагнитных материалов

Все материалы по магнитным свойствам подразделяются на две группы: *ферромагнитные* (железо, кобальт, никель и др.) и *неферромагнитные* (дерево, воздух, фарфор и др.). Характеризуются зависимостью $B(H)$ (кривая намагничивания):

$$B = \mu_a H = \mu_0 \mu H,$$

где μ_0 – магнитная постоянная $4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м; μ_a – абсолютная магнитная проницаемость, Гн/м; μ – относительная магнитная проницаемость.

Относительная магнитная проницаемость μ зависит от напряженности H магнитного поля и определяет качество ферромагнитного материала.

Магнитная индукция B_0 в *неферромагнитном материале* (относительная магнитная проницаемость $\mu=1$) пропорциональна напряженности магнитного поля:

$$\frac{B_0}{H_0} = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Гн/м.} \quad (1.32)$$

Если в равномерном магнитном поле магнитопровода из *неферромагнитного материала* известна индукция B_0 (Тл), то напряженность магнитного поля H_0 (А/м)

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{B_0}{4\pi \times 10^{-7}} = 8 \times 10^5 B_0. \quad (1.33)$$

Основной характеристикой ферромагнитного материала является *петля магнитного гистерезиса $B(H)$* . Определяет значение магнитной индукции в магнитопроводе из ферромагнитного материала при воздействии напряженности поля.

Если в обмотке изменять значение тока i (и соответственно напряженности H), то можно получить *петлю магнитного гистерезиса*, характеризующую материал магнитопровода (рис. 1.48, кривая 1).

Если циклическое изменение тока i повторять при разных его амплитудных значениях, то получим семейство петель магнитного гистерезиса. При увеличении тока i выше предельного I_{\max} (H_{\max}) площадь петли практически не увеличивается (насыщение материала, магнитная индукция равна B_{\max}). Наибольшая по площади петля – *предельная петля гистерезиса*.

Отрезок петли гистерезиса на оси B определяет **остаточную индукцию** (B_r и $-B_r$), а на оси H – **коэрцитивную** (задерживающую) силу (H_c и $-H_c$).

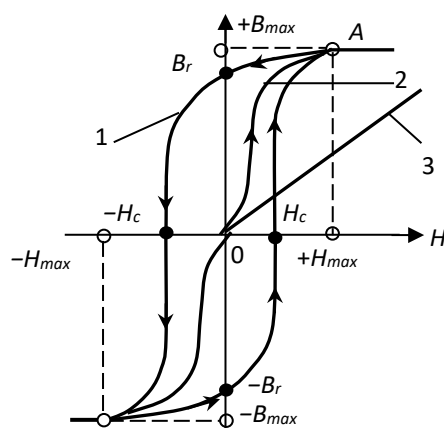


Рис.1.48. Петля гистерезиса

По свойствам петли ферромагнитные материалы подразделяют на магнитомягкие и магнитотвердые. **Магнитомягкие материалы** имеют узкую петлю гистерезиса, а значит и малую ее площадь (чистое железо, электротехнические стали, пермаллои, некоторые ферриты с коэрцитивной силой до 100 А/м). **Магнитотвердые материалы** имеют широкую петлю гистерезиса (большая площадь). Это мартенситные стали, сплавы железа, никеля, алюминия, кобальта и некоторые типы ферритов, с коэрцитивной силой до $3 \cdot 10^5$ А/м.

В расчетах магнитных цепей для *ферромагнитных материалов* используется зависимость $B(H)$ – **основная кривая намагничивания** (геометрическое место вершин симметричных петель гистерезиса при различных значениях I_{max}) – кривая 2 (рис. 1.48).

Для *неферромагнитных* материалов зависимость $B(H)$, в соответствии с уравнением (1.32), представляет прямую линию 3, (рис. 1.48).

Магнитомягкие материалы применяются в магнитопроводах электрических машин и трансформаторов.

Магнитотвердые материалы обладают большой остаточной магнитной индукцией B_r и коэрцитивной силой H_c , позволяющие иметь большую удельную магнитную энергию $W = B_r H_c / 2$.

Применение закона полного тока для анализа и расчета магнитной цепи с магнитопроводом без воздушного зазора и с воздушным зазором

В магнитной цепи (рис. 1.49), если пренебречь потоком рассеяния, *магнитный поток Φ во всех сечениях магнитопровода постоянен. В воздушном зазоре*

пренебрегаем явлением распура (гистерезиса) и используем основную кривую намагничивания ферромагнитного материала.

При расчете цепей решаются прямая и обратная задачи.

В *прямой задаче* необходимо *найти магнитодвижущую силу* для создания заданного магнитного потока. *Известны* размеры, конфигурация и материал магнитопровода, а также размеры и конфигурация воздушного зазора (если зазор есть).

Решение включает следующие этапы:

1. Магнитную *цепь разбиваем на участки* с постоянным сечением магнитопровода (рис. 1.49) и *определяем длину средних* силовых линий участков l_k . Одинаковое сечение имеют участки ab (S_1) и $bcda$ (S_2). Сечение воздушного зазора $S_0 = S_2$. Средние длины участков: для $bcda - l_1' + l_1'' + l_1'''$, для $ab - l_2' + l_2''$.

2. *Определяем магнитные индукции:*

$$B_1 = \Phi/S_1; \quad B_2 = \Phi/S_2; \quad B_0 = \Phi/S_0.$$

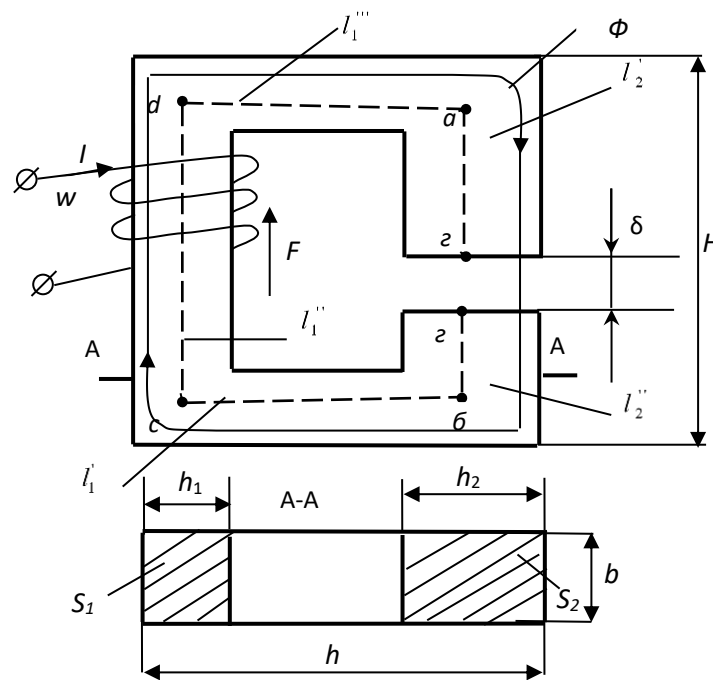


Рис. 1.49. Неразветвленная магнитная цепь

3. *Определяем напряженности H_1 и H_2* магнитопровода *по кривым $B(H)$* для ферромагнитного материала (рис.1.48, кривая 2) и воздушного зазора H_0 *по формуле (1.33).*

4. *Определяем МДС по закону полного тока*

$$F = Iw = H_1(l_1' + l_1'' + l_1''') + H_2(l_2' + l_2'') + H_0\delta. \quad (1.34)$$

В *обратной задаче* найти магнитный поток Φ магнитной цепи, если известны: значение МДС $Iw = F_{зад}$; число витков обмотки; размеры, конфигурация и материал магнитопровода; размеры и конфигурация воздушного зазора.

Задача решается методом последовательного приближения. Задаются значением магнитного потока Φ_1 и находится значение МДС F_1 , обеспечивающей поток Φ_1 .

Сравнивается F_1 с $F_{зад}$. Если $F_1 < F_{зад}$, то принимается $\Phi_2 > \Phi_1$ и еще раз решается прямая задача, находится МДС F_2 . Сопоставляется F_2 с $F_{зад}$, пока не получится F_i отличающуюся от $F_{зад}$ на небольшую величину. Если магнитная цепь не имеет воздушного зазора ($\delta=0$), $H_0\delta = 0$.

Пример. Для магнитной цепи рис. 3 найти МДС F , обеспечивающую $\Phi=0,72 \cdot 10^{-3}$ Вб, при воздушном зазоре $\delta=20$ мм, и при отсутствии зазора ($\delta=0$). Кривая намагничивания магнитопровода (рис. 1.50). Размеры магнитопровода: $H=156$ мм, $h_1=33$ мм, $h_2=54$ мм, $h=156$ мм, $b=36$ мм.

Решение:

1. *Находим по заданному Φ магнитные индукции B_i на участках цепи:*

$$B_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{0,72 \cdot 10^{-3}}{0,036 \cdot 0,033} = 0,6 \text{ Тл}; \quad B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{0,72 \cdot 10^{-3}}{0,036 \cdot 0,054} = 0,38 \text{ Тл};$$

Принимаем $B_0 = B_2$.

По кривой намагничивания (рис. 1.50) находим напряженности H на участках магнитопровода 1 и 2.

$$H_1 = 600 \text{ А/м}; \quad H_2 = 400 \text{ А/м}.$$

Напряженность в воздушном зазоре определяем по формуле:

$$H_0 = 8 \cdot 10^5 \cdot B_0 = 8 \cdot 10^5 \cdot 0,38 = 3 \cdot 10^5 \text{ А/м}.$$

Находим МДС, которая создает заданный магнитный поток, по формуле (1.34)

$$F_0 = Iw = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_0 \delta = 600 \cdot 0,35 + 400 \cdot 0,096 + 3 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3} = 6348,4 \text{ А}$$

2. При отсутствии воздушного зазора, $\delta=0$.

$F = H_1 l_1 + H_2 l_2 = 600 \cdot 0,35 + 400 \cdot 0,12 = 258 \text{ А}$. Ток катушки при числе витков $w=1000$:

в первом случае:
$$I = \frac{6348,4}{100} = 6,36 \text{ А}.$$

во втором
$$I = \frac{258}{1000} = 0,258 \text{ А}.$$

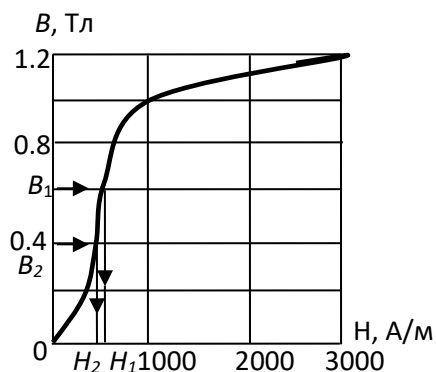


Рис. 1.50. Кривая намагничивания электротехнической стали

Вывод: при наличии воздушного зазора для одного и того же магнитного потока требуется значительно большая МДС, чем при его отсутствии.

Магнитные цепи переменных магнитных потоков. Особенности расчета в катушке с ферромагнитным сердечником

Рассмотрим цепь с магнитопроводом из ферромагнитного материала – дроссель или катушку с ферромагнитным сердечником. На рис. 1.51 представлена магнитная цепь, включающая магнитопровод и катушку с числом витков W , к которой приложено синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t)$. В катушке возникает переменный ток i , который создает в магнитопроводе и вокруг него переменное магнитное поле. **Большая часть** магнитных линий замыкается по магнитопроводу, создавая *основной магнитный поток* Φ и *потокосцепление основного потока* $\Psi_0 = W \cdot \Phi_k$. **Другая часть** – замыкается по воздуху и частично по магнитопроводу, образуя *поток рассеяния* Φ_σ и связанное с ним *потокосцепление рассеяния* Ψ_σ . **В воздухе** (диэлектрике) **магнитная индукция пропорциональна напряженности** магнитного поля: $B_0 = \mu_0 H_0$.

Поэтому потокосцепление рассеяния пропорционально току:

$$\Psi_\sigma = L_\sigma i, \quad (1.35)$$

где L_σ – индуктивность рассеяния обмотки, не зависящая от тока i .

Полное потокосцепление магнитного поля созданного витками катушки:

$$\psi = \psi_0 + \psi_\sigma = w\Phi + \psi_\sigma.$$

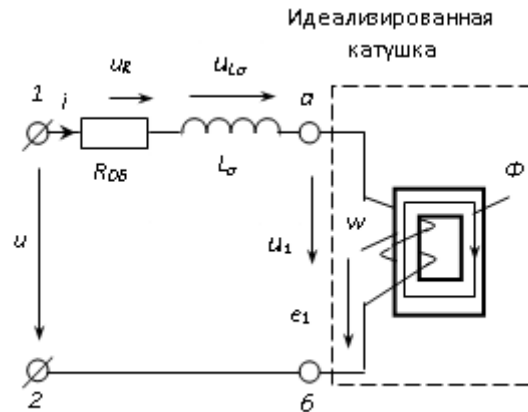


Рис. 1.51. Упрощенная схема замещения магнитной цепи дросселя

Второй закон Кирхгофа к входному контуру катушки (рис.1.51) с учетом (1.35) получим:

$$u = R_{об}i + \frac{d\psi}{dt} = R_{об}i + \frac{d\psi_\sigma}{dt} + w\frac{d\Phi}{dt} = R_{об}i + L_\sigma \frac{di}{dt} + w\frac{d\Phi}{dt} = u_R + u_{L_\sigma} + u_1, \quad (1.36)$$

где $R_{об}$ – активное сопротивление обмотки катушки; $u_R = iR_{об}$; $u_{L_\sigma} = L_\sigma \frac{di}{dt}$; $u_1 = w\frac{d\Phi}{dt}$ – падение напряжения на активном сопротивлении, индуктивности рассеяния и на входе идеализированной катушки (рис. 1.51); $e_\sigma = -u_{L_\sigma}$ – ЭДС рассеяния.

Из (1.36) следует, что реальную катушку с магнитопроводом можно представить схемой замещения с последовательным соединением активного сопротивления обмотки $R_{об}$, индуктивного элемента с индуктивностью рассеяния L_σ и идеализированной катушки, на входе которой напряжение u_1 . **Идеализированная катушка** не имеет индуктивности рассеяния и активного сопротивления. Напряжение u_1 между ab уравнивает ЭДС e_1 самоиндукции в витках обмотки:

$$u_1 = -e_1 = w\frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.37)$$

а напряжение на индуктивности рассеяния – ЭДС рассеяния e_σ :

$$u_{L_\sigma} = -e_\sigma = L_\sigma \frac{di}{dt}.$$

Зависимость между магнитным потоком Φ идеализированной катушки и током i определяется основной кривой (рис 1.48, кривая 2) намагничивания ферромагнитного, материала, так как поток Φ пропорционален магнитной индукции B , а ток – напряженности магнитного поля H .

График мгновенных значений потока и тока в катушке с ферромагнитным сердечником при синусоидальном напряжении

Рассмотрим *режим намагничивания* магнитопровода *в обмотке дросселя* (идеализированной катушки) с параметрами – $R_{o\delta} = 0$, $L_{\sigma} = 0$, *при синусоидальном напряжении* $u_1 = U_{m1} \sin \omega t$ (рис. 1.51). Уравнение (1.37) переписывается в виде:

$$u_1 = U_{m1} \sin \omega t = w \frac{d\Phi}{dt}.$$

Откуда

$$d\Phi = \frac{U_{m1}}{w} \sin(\omega t) dt.$$

Проинтегрируем это выражение и получим:

$$\Phi = \frac{U_{m1}}{w} \int \sin(\omega t) dt = -\frac{U_{m1}}{\omega w} \cos(\omega t) + A = \frac{U_1 \sqrt{2}}{2\pi f w} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + A.$$

Постоянная интегрирования $A = 0$, из-за отсутствия магнитного потока. Тогда

$$\Phi = \Phi_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

$$\Phi_m = \frac{U_1}{4,44 f w}, \quad (1.38)$$

где Φ_m – амплитуда магнитного потока.

Таким образом, для *идеализированной катушки магнитный поток* имеет *синусоидальный характер и отстает по фазе от напряжения u_1 на угол $\pi/2$.*

Определим график зависимости мгновенного значения тока i во времени в катушке, при синусоидальном характере напряжения u и магнитного потока Φ . Для этого с *левой стороны* (рис. 6) зависимости $u(t)$ и $\Phi(t)$ представлены синусоидально сдвинутыми на угол $\pi/2$ ($T/4$).

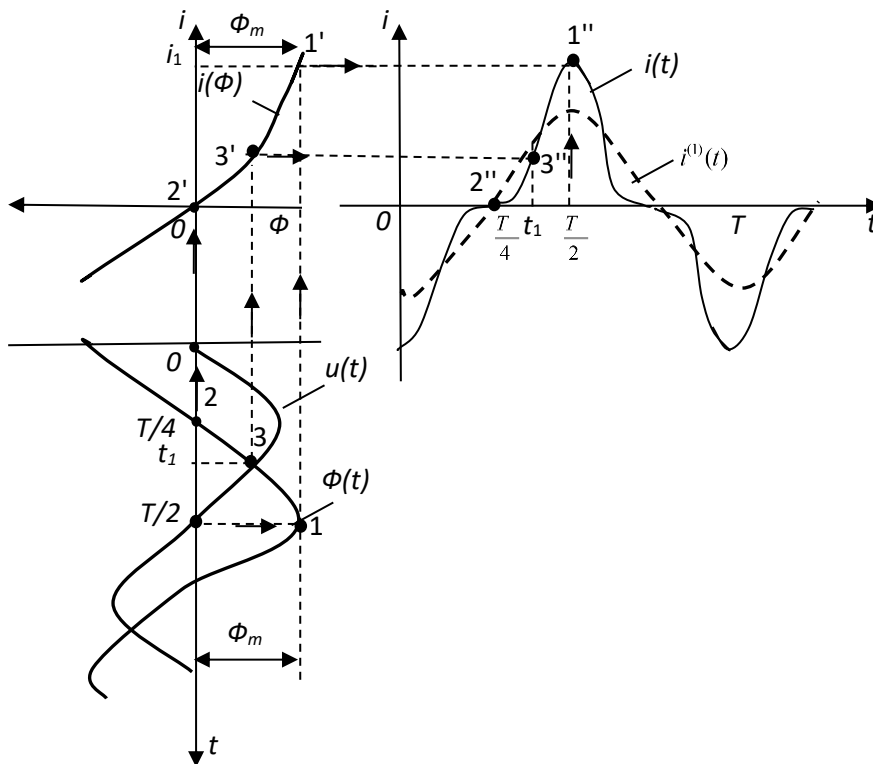


Рис. 1.52. График изменения мгновенного значения тока во времени катушке с ферромагнитным сердечником

Здесь же (выше) представлена зависимость тока от магнитного потока $i(\Phi)$. Для получения зависимости мгновенных значений тока во времени ($i(t)$ на графике справа), задаемся полупериодом $T/2$ (на графике $\Phi(t)$ слева), которому соответствует поток Φ_m полупериода $T/2$, определяемый t_1 . Переносим Φ_m на график $i(\Phi)$ – получаем t_1' , которой соответствует t_1'' функции $i(t)$, (справа). Таким же образом строятся и другие точки ($2''$, $3''$) $i(t)$ графика.

Из рис.6 следует, если Φ_m попадает на участок насыщения зависимости $i(\Phi)$, то мгновенное значение тока $i(t)$ является **периодической несинусоидальной функцией времени**.

Если **амплитуду напряжения U_m значительно снизить**, уменьшится амплитуда мгновенного потока Φ_m и **ток в этом случае будет синусоидальным**.

При дальнейшем анализе **несинусоидальный ток $i(t)$** заменяется эквивалентным (по площади) **синусоидальным** током.

Действующие значения напряжения U_1 идеализированной катушки и ЭДС самоиндукции E_1 одинаковые (1.37). Поэтому из (1.38):

$$E_1 = 4,44 f \omega \Phi_m. \quad (1.39)$$

Соотношения (1.38) и (1.39) используются при анализе трансформаторов и электрических машин.

Энергия магнитного поля катушки индуктивности

Рассмотрим катушку индуктивности с ферромагнитным сердечником, у которой поток рассеяния ($\Phi_{\sigma}=0$) и магнитные потери ($\Delta P_m = 0$). Схема замещения катушки (рис. 5) включает сопротивление R и индуктивность L .

Уравнение для мгновенного значения напряжения цепи:

$$u = L \frac{di}{dt} + iR.$$

При умножении обеих частей уравнения на idt получим

$$uidt = Lidi + i^2 Rdt.$$

Откуда следует, что энергия, за элементарный промежуток времени dt , расходуется на *нагрев проводов цепи* ($i^2 Rdt$) *увеличение энергии магнитного поля* ($Lidi$).

Энергия магнитного поля цепи:

$$W_M = \int_0^1 Li \cdot idt = \frac{Li^2}{2} = \frac{\psi i}{2},$$

где $\psi = Li$ - потокосцепление.

Энергия магнитного поля ψi измеряется в вольт-ампер-секундах (ВAc) – джоулях (Дж).

Для катушки индуктивности, с учетом $\psi = w\Phi = B \cdot S \cdot w$, $lw = H \cdot l_{cp}$ энергия магнитного поля:

$$W_M = \frac{\psi I}{2} = \frac{w\Phi I}{2} = \frac{H l_{cp} B S}{2} = \frac{HB}{2} l_{cp} S. \quad (1.40)$$

Из этого уравнения следует, что энергия, в магнитном поле катушки индуктивности, пропорциональна напряженности магнитного поля H , магнитной индукции B , а также объему сердечника магнитопровода.

Электромеханическая сила в магнитном поле

Рассмотрим однородное изотропное магнитное поле, в котором расположен виток проводника, обтекаемый током i (рис.1.53).

При перемещении *витка* в магнитном поле вдоль оси h , по которой действует сила f , на расстоянии dh совершается работа силы $f dh$. Если приток энергии ($\psi = const$), магнитные потери энергии ($\Delta P_m = 0$) и $\Phi_{\sigma}=0$, то работа совершается за счет уменьшения энергии магнитного поля в функции от h .

Поэтому

$$f \cdot dh + \frac{\partial W_M}{\partial h} dh = 0,$$

откуда электромеханическая сила

$$f = -\frac{\partial W_M}{\partial h}. \quad (1.41)$$

Таким образом, сила при $\psi = const$, в направлении координаты h , равна уменьшению энергии магнитного поля на единицу пространственной координаты.

Размерность силы в – ньютон (H), если энергия выражается в джоулях.

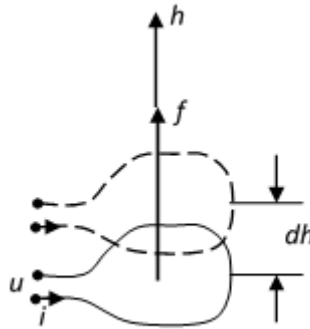


Рис.1.53. Схема определения электромеханической силы

Сила тяги электромагнита

Определим силу тяги электромагнита с двумя одинаковыми полюсами, рис. 1.54. Электромагнит включает магнитопровод 1, катушку 2 с числом витков w и притягивающийся якорь 3. По катушке проходит ток I от источника энергии.

При $\Phi = const$ в электромагните $B = const$ и $H = const$. Следовательно, неизменны и удельные плотности энергии $BH/2$ различных участков магнитной цепи.

По выражению (1.41) механическая работа ($f dh$) может быть произведена только за счет уменьшения энергии магнитного поля (движение якоря в сторону уменьшения объема) в зазоре. Следовательно, сила f действует в сторону уменьшения зазора, (вверх).

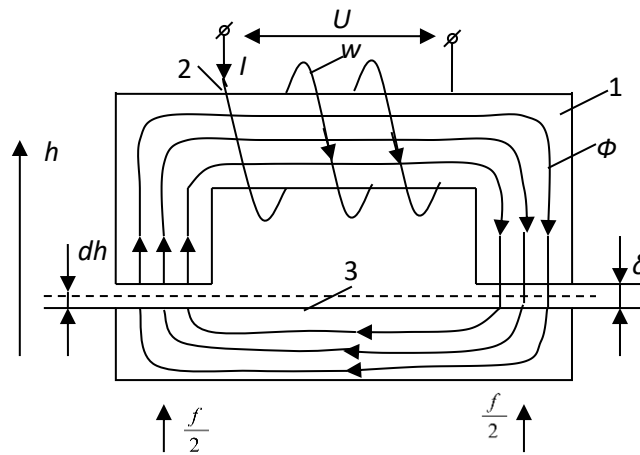


Рис. 1.54. Электромагнит с якорем

Если сумма площадей обоих полюсов $s=s_1+s_2$, то при перемещении якоря вверх на расстояние dh объем поля в зазорах ($dV=Sdh$) а уменьшение энергии магнитного поля:

$$dW_M = \frac{BH}{2} Sdh .$$

Сила тяги f , равна сумме сил притяжения к каждому полюсу $f/2$, определится для электромагнита с воздушным зазором по формуле (1.41) с учетом (1.40) ($\mu_a = \mu_0$) ($H = B/\mu_0$):

$$f = \frac{\partial W_M}{\partial h} = \frac{B^2}{2\mu_0} S .$$

При магнитной индукции B , (в теслах Тл), площади S (в м²) и магнитной постоянной $\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-6}$ (Гн/м) сила тяги в ньютонах (Н):

$$f = \frac{B^2 S}{2 \cdot 0,4\pi \cdot 10^{-6}} \approx 4B^2 S \cdot 10^5 .$$