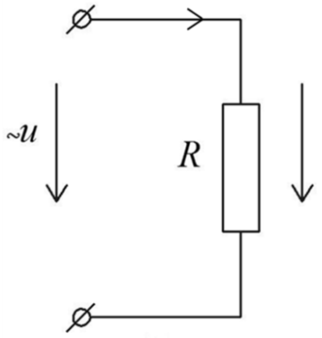
Лекция 2. Синусоидальные токи в цепях с *R, L* и *C*



А. Цепь с активным сопротивлением R

Согласно 2-му закону Кирхгофа: $0 = iR - u,$

откуда при $i = I_m \sin \omega t\,, u = U_m \sin \omega t,$

где $U_m = I_m R,$ разделим на $\sqrt{2}$ обе части этогоуравнения:

$$\frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} R \Rightarrow\ U = IR$$

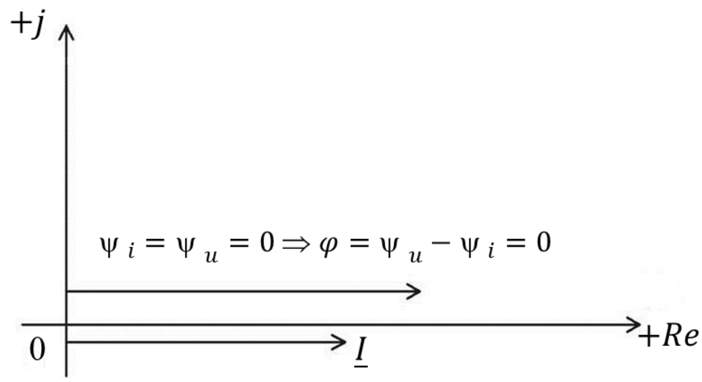
где U и I – действующие значения напряженияи тока.

Рис. 1.9. Принципиальная схема цепи с R

В комплексном виде вектор тока $\underline{I} = I\exp(j0) = I$; вектор напряжения $\underline{U} = U\exp(j0) = U.$

Комплексное сопротивление $\underline{Z}$ для цепи с активным сопротивлением:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} = R\ (\text{Ом}).$$



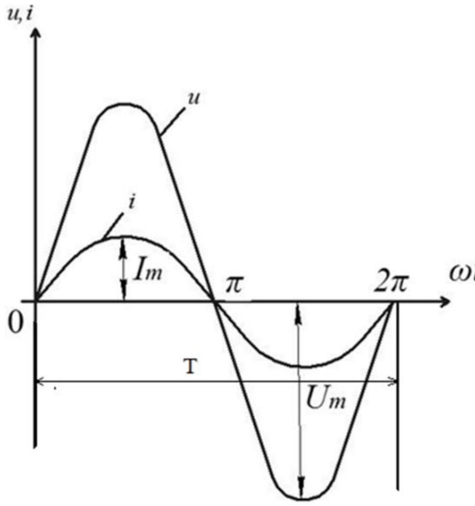
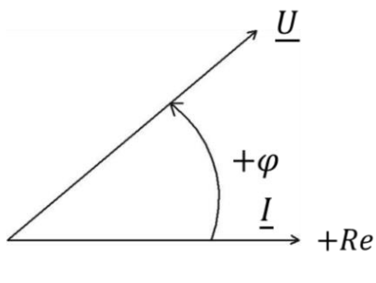
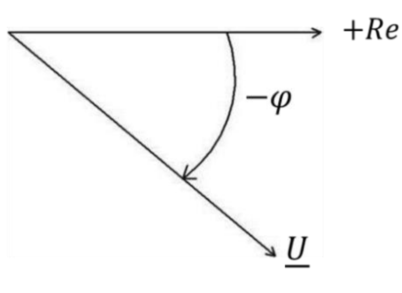


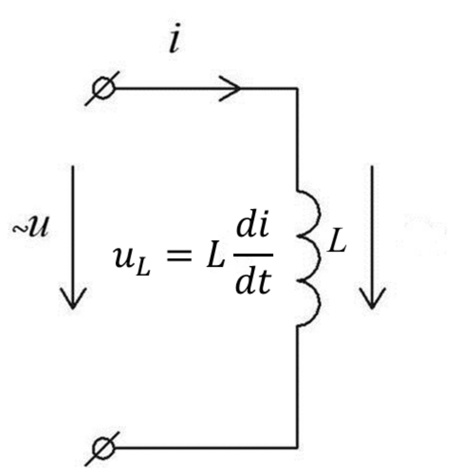
Рис. 1.10. Векторная диаграмма для *I* и *U* Рис. 1.11. Временная диаграмма для *i* и *u*

φ – углы между векторами $\underline{I}$ и $\underline{U}$, могут быть (+) и (–).





В. Цепь с индуктивностью L



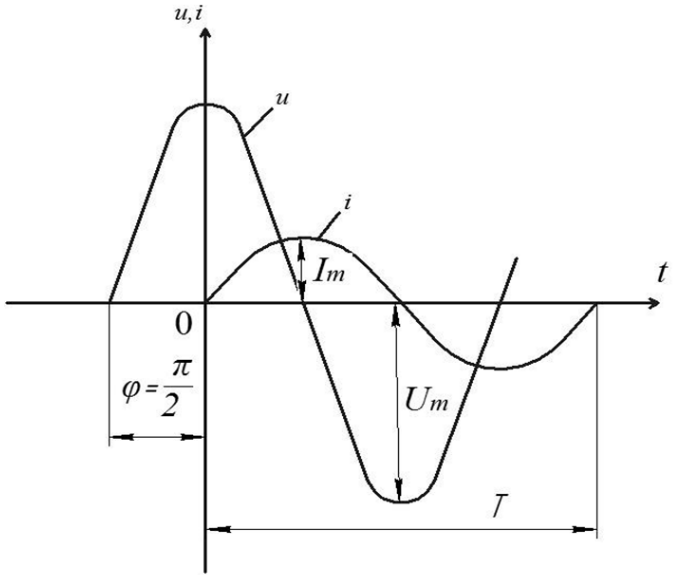


Рис. 1.12. Принципиальная схема цепи с L

Рис. 1.13. Временная диаграмма для i и u

Согласно 2 – му закону Кирхгофа: $0 = u_L - u$ или $L\dfrac{di}{dt} - u = 0.$

При $i = I_m \sin\omega t \rightarrow U_L = L\dfrac{di}{dt} = L\omega I_m \cos\omega t = U_m \sin(\omega t + \dfrac{\pi}{2}),$

где $\omega L = X_L$–индуктивное сопротивление, Ом.

$U_m = I_m \omega L = I_m X_L$, разделив обе части этого уравнения на $\sqrt{2}$, получим:

$$\frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} X_L \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{U = IX_L}}$$

Векторы тока $\underline{I}$ и напряжения $\underline{U}$: $\underline{I} = I\exp(j0) = I$,

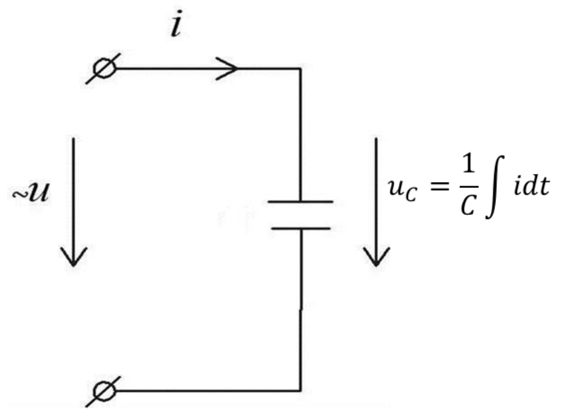
$$\underline{U} = U\exp(j90^\circ) = U \underset{0}{\cos 90^\circ} + jU \underset{1}{\sin 90^\circ} = jU$$

Комплексное сопротивление Z для цепи с L:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = j\frac{U}{I} = jX_L \text{, где} X_L = \omega L$$

Рис. 1.14. Векторная диаграмма для $\underline{I}$ и $\underline{U}$

C. Цепь с ёмкостью C



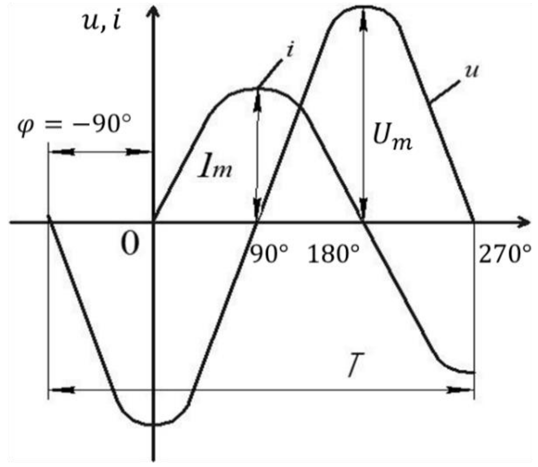


Рис. 1.15. Электрическая цепь с C Рис. 1.16. Временная диаграмма для i и u

Согласно 2-му закону Кирхгофа:

$$0 = u_C - u \text{ или } \frac{1}{C}\int idt - u = 0$$

При $i = I_m \sin(\omega t)$:

$$u_C = \frac{1}{C}\int idt = \frac{1}{C}\int I_m \sin(\omega t)\,dt = -\frac{I_m}{\omega C}\cos(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{\omega C} I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

где $1/\omega C = X_C$ – емкостное сопротивление, Ом; $U_m = I_m/\omega C$.

Разделим обе части этого уравнения на $\sqrt{2}$, получим:

$$\frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}\omega C} \Rightarrow U = IX_C(\,1/\omega \mathrm{C} = \mathrm{X_C}).$$

Векторная диаграмма для цепи с емкостью *C*

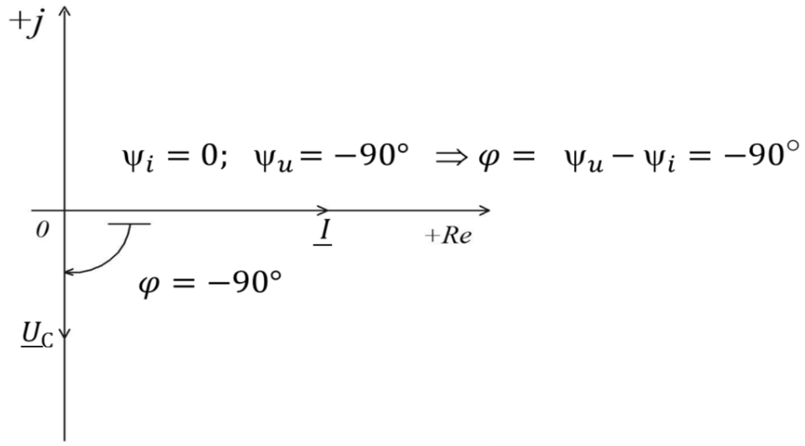


Рис. 1.17. Векторная диаграмма для $\underline{I}$ и $\underline{U}$ с ёмкостью C

Векторы тока $\underline{I}$ и напряжения $\underline{U}$ в комплексном виде:

$$\underline{I} = I\exp(j0) = I,\ \underline{U} = U\exp(-90^\circ) = U\overset{0}{\cos(-90^\circ)} + jU\overset{-1}{\sin(-90^\circ)} = -jU$$

Комплексное сопротивление для цепи с емкостью C

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = -j\frac{U}{I} = -jX_C \quad \left(X_C = \frac{1}{\omega C} \text{ (Ом)}\right)$$