МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Российский химико-технологический университет
имени Д. И. Менделеева

СБОРНИК ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОЛИМПИАД ПО ПРОЦЕССАМ И АППАРАТАМ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Утверждено Редакционным советом университета в качестве учебного пособия

Москва
2021

УДК 66.02
ББК 35.11
С23

Авторы: А. М. Трушин, Л. В. Равичев, Р. Б. Комляшев,
С. И. Ильина, А. Г. Бородкин, М. А. Носырев

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор
Российского химико-технологического университета им. Д.И. Менделеева
М. Б. Глебов

Кандидат химических наук, доцент
Ярославского государственного технического университета
Г. В. Рыбина

С23 **Сборник теоретических и практических заданий для проведения олимпиад по процессам и аппаратам химической технологии**: учеб. пособие / А. М. Трушин, Л. В. Равичев, Р. Б. Комляшев, С. И. Ильина, А. Г. Бородкин, М. А. Носырев. – М.: РХТУ им. Д. И. Менделеева, 2021. – 76 с.
ISBN 978-5-7237-1932-3

Задания предназначены для проведения олимпиад по гидродинамическим, теплообменным и массообменным процессам химической технологии; они также могут быть полезны при подготовки экзаменационных вопросов и домашних заданий для преподавателей и студентов технических вузов.

УДК 66.02
ББК 35.11

ISBN 978-5-7237-1932-3

ВВЕДЕНИЕ

Процессы и аппараты химической технологии являются базой для знаний и компетенций, необходимых выпускнику вуза для работы в области химического инжиниринга.

За годы существования курс процессов и аппаратов химической технологии остается таким же актуальным и, основываясь на фундаментальных законах, позволяет получить знания об основных современных типах аппаратов и технологий, интегрирует цифровизацию с целью оптимизации и совершенствования методов расчета.

Помимо основных расчетов в рамках дисциплины ПАХТ, на практике нередко возникает необходимость решения более сложных, часто нестандартных, задач. Подготовка кадров, умеющих нестандартно мыслить, проявляя креативные способности, – важная задача в работе университета. Одним из способов такой подготовки стало проведение олимпиад по профильным дисциплинам.

Представленный сборник является результатом методической работы по подготовке и проведению внутривузовских и всероссийских олимпиад по дисциплине «Процессы и аппараты химической технологии».

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Задание 1

В объеме жидкости, движущейся неразрывно, выделим произвольный объем *V*, ограниченный поверхностью *S*. В каждой точке этой поверхности задан вектор $\rho\vec{w}$ и вектор единичной внешней нормали $\vec{n}$ (направленной из объема *V*). Составить материальный баланс для этого объема. На основе полученного материального баланса получить уравнение неразрывности. Вывод уравнения неразрывности может быть сделан не только в векторной, но и в скалярной форме.

Решение

Скорость притока массы извне компенсируется изменением плотности внутри рассматриваемого объема, что соответствует следующему равенству: $-\int\limits_S \vec{n}\,\rho\,\vec{w}\,\mathrm{d}S = \int\limits_V \frac{\partial\rho}{\partial\tau}\,\mathrm{d}V$.

В соответствии с теоремой Остроградского – Гаусса получим:

$$-\int\limits_V \mathrm{div}\,\rho\vec{w}\,\mathrm{d}V = \int\limits_V \frac{\partial\rho}{\partial\tau}\,\mathrm{d}V.$$

$\int\limits_V \left(\frac{\partial\rho}{\partial\tau} + \mathrm{div}\,\rho\vec{w}\right)\mathrm{d}V = 0$, $\mathrm{d}V \neq 0$, тогда $\frac{\partial\rho}{\partial\tau} + \mathrm{div}\,\rho\vec{w} = 0$ или

$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} + w_x\frac{\partial\rho}{\partial x} + w_y\frac{\partial\rho}{\partial y} + w_z\frac{\partial\rho}{\partial z} + \rho\,\mathrm{div}\,\vec{w} = 0$, $\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}\tau} + \rho\,\mathrm{div}\,\vec{w} = 0$.

При $\rho = \mathrm{const}$ $\mathrm{div}\,\vec{w} = 0$.

Задание 2

Выделим в покоящейся жидкости произвольный объем *V*, ограниченный поверхностью *S*, в каждой точке которой задана единичная внешняя нормаль $\vec{n}$ и вектор сжимающего нормального напряжения $\vec{\tau}_n$. Определив внешние силы, действующие на объем *V*, получить уравнение равновесия покоящейся жидкости. При этом нужно учитывать следующее равенство: $\int\limits_S P\,\vec{n}\,\mathrm{d}S = \int\limits_V \mathrm{grad}\,P\,\mathrm{d}V$. Запишите полученное уравнение для вертикальной оси *z* и получите основное уравнение гидростатики (вывод можно сделать не только в векторной, но и в скалярной форме).

Решение

Внешняя сжимающая сила гидростатического давления:

$$\int_S \vec{\tau}_n \, \mathrm{d}S = -\int_S P \, \vec{n} \, \mathrm{d}S = -\int_V \mathrm{grad} \, P \, \mathrm{d}V .$$

Внешняя сила тяжести: $\int_V \rho \vec{g} \, \mathrm{d}V$.

Сумма внешних сил: $\int_V \left(\rho \vec{g} - \mathrm{grad} \, P \right) \mathrm{d}V$.

Ввиду того, что тело неподвижно, сумма внешних сил равна нулю:

$$\int_V \left(\rho \vec{g} - \mathrm{grad} \, P \right) \mathrm{d}V = 0 .$$

Так как $\mathrm{d}V \neq 0$, $\rho \vec{g} - \mathrm{grad} \, P = 0$.

Для оси z: $-\dfrac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0$.

Для несжимаемой жидкости: $\dfrac{p}{\rho g} + z = \mathrm{const}$.

Задание 3

В трубопроводе с радиусом R измерен расход жидкости Q (м^3/с) и скорость по оси трубопровода $w_{\text{ос}}$. Получено следующее равенство:

$$\frac{w_{\text{ос}} \cdot \pi R^2}{Q} = 2 . \qquad (3.1)$$

Показать, что зависимость скорости от радиуса r (в произвольной точке сечения трубопровода) при условии (3.1) выражается формулой:

$$w = w_{\text{ос}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) . \qquad (3.2)$$

Решение

Из условия «прилипания»: $r = R$, $w = 0$. (3.3)

Из условия симметрии: $r = 0$, $w_{\text{ос}} = w_{\max}$. (3.4)

Предположим, что зависимость скорости от радиуса выражается степенной функцией, причем согласно (3.3) и (3.4) скорость падает с ростом r:

$w = b - a \cdot r^n$.

Из (3.4): $w_{max} = b$; из (3.3): $a = \dfrac{b}{R^{n}}$.

Найдем величину показателя степени n:

$$w_{ср} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{\int_0^R w\,\mathrm{d}\left(\pi r^2\right)}{\pi R^2} = \frac{\int_0^R w_{max}\left(1 - \frac{r^{n}}{R^{n}}\right) 2\pi r\,\mathrm{d}r}{\pi R^2} = w_{max}\int_0^R \left(\frac{2r}{R^2} - \frac{2r^{n+1}}{R^{n+2}}\right)\mathrm{d}r =$$

$$= w_{max}\left(1 - \frac{2}{(n+2)}\frac{R^{n+2}}{R^{n+2}}\right) = w_{max}\left(1 - \frac{2}{n+2}\right);$$

$$\frac{w_{max}}{w_{max}\left(1 - \frac{2}{n+2}\right)} = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{n+2}{2} = 2 \quad \Rightarrow \quad n = 2;$$

Окончательно получаем: $w = w_{max}\left(1 - \dfrac{r^2}{R^2}\right)$.

Задание 4

В прямой горизонтальной трубе постоянного сечения радиусом R течет жидкость с коэффициентом динамической вязкости μ и плотностью ρ. Длина трубы L, разница давлений на входе и выходе из трубы Δp. Для этого случая скорость w_r распределена по радиусу трубы r по параболическому закону:

$$w_r = \frac{\Delta p}{4\,\mu\,L}\left(R^2 - r^2\right).$$

Используя эту информацию, найти зависимость величины коэффициента гидравлического трения от числа Re.

Решение

Найдем среднюю скорость по сечению:

$$w = \frac{1}{S}\int_S w_r \mathrm{d}x = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R \frac{\Delta p}{4\,\mu\,L}\left(R^2 - r^2\right) 2\pi\, r\,\mathrm{d}r = \frac{\Delta p}{2\,\mu\,L\,R^2}\left(\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4}\right) = \frac{\Delta p}{8\,\mu\,L}R^2$$

$\Delta p = \dfrac{32\,L\,\mu\,w}{d^2}$, умножив числитель и знаменатель на $2\,w\,\rho$, получим:

$$\Delta p = \frac{64\,\mu}{\mathrm{w}\,d\,\rho}\frac{L}{d}\frac{w^2\rho}{2} \quad \Rightarrow \quad \Delta p = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{L}{d}\frac{w^2\rho}{2} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}.$$

Задание 5

Экспериментально установлено, что в случае турбулентного течения жидкостей в гладких трубах в широком интервале значений скоростей движения, коэффициент гидравлического трения λ зависит от скорости течения w, плотности ρ, вязкости μ среды и диаметра трубы d. На основе метода анализа размерностей найти общую зависимость коэффициента гидравлического трения от определяющего критерия подобия.

Решение

Принимаем (гипотетически) степенную зависимость λ от упомянутых величин: $\lambda = A\, w^{x}\, d^{y}\, \rho^{z}\, \mu^{n}$, где A – некоторая постоянная (безразмерная) величина.

Учитывая равенство размерностей левой и правой части уравнения, получим:

$$\text{м}^0 \cdot \text{кг}^0 \cdot \text{с}^0 = \text{м}^{x} \cdot \text{с}^{-x} \cdot \text{м}^{y} \cdot \text{кг}^{z} \cdot \text{м}^{-3z} \cdot \text{кг}^{n} \cdot \text{с}^{-n} \cdot \text{м}^{-n}$$

Для каждой основной размерности:

$$\begin{aligned} &\text{кг:} \quad z + n = 0 \\ &\text{м:} \quad x + y - 3z - n = 0 \\ &\text{с:} \quad -x - n = 0 \end{aligned}$$

Выразим все показатели степеней через n

$$x = -n; \quad y = -n; \quad z = -n$$

В результате получим:

$$\lambda = A\left(w\, d\, \rho\right)^{-n} \mu^{n} \quad \Rightarrow \quad \lambda = A\, \mathrm{Re}^{-n}$$

Это соответствует экспериментальным данным для турбулентного течения в гидравлически гладких трубах в широком интервале Re.

Задание 6

На участке трубопровода его сечение внезапно расширяется (рис. 6.1). На основе баланса сил и энергий в сечениях 1, 2 определить потерянный напор при внезапном расширении, пренебрегая расстоянием по горизонтали между сечениями. Задана скорость w_1 в сечении потока 1 и заданы площади сечения потока жидкости S_1 и S_2. Исходя из рис. 6.1 площадь сечения потока жидкости S_1 равна площади сечения узкого участка трубопровода. Сечение 1 находится достаточно близко к внезапному расширению в области широкого участка трубы.

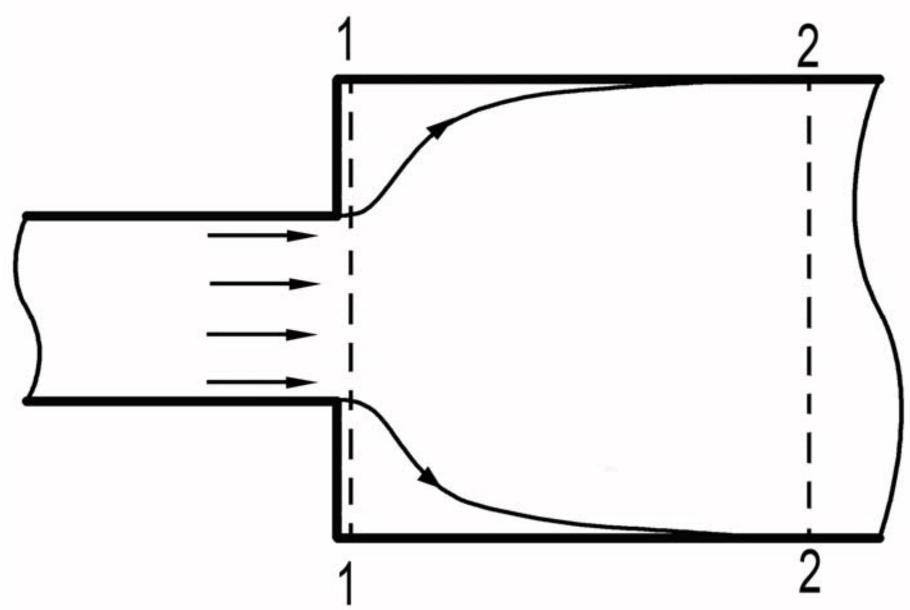

Рис. 6.1. Внезапное расширение

Решение

Баланс сил в сечениях 1 и 2 можно записать на основе производной по времени от количества движения в двух сечениях потока и на основе разности давлений в этих сечениях. Поскольку сила является производной от импульса, то разность сил, действующих в сечениях 1 и 2, будет следующей:

$$\Delta F = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\left[m\left(w_1 - w_2\right)\right] = \frac{\mathrm{d}\,m}{\mathrm{d}\tau}\left(w_1 - w_2\right) = \rho\, S_1\, w_1\left(w_1 - w_2\right).$$

Разность сил, записанная через разность давлений: $\Delta F = S_2\left(p_2 - p_1\right)$.

Приравнивая разности сил, получим: $\rho\, S_1\, w_1\left(w_1 - w_2\right) = S_2\left(p_2 - p_1\right)$.

Из неразрывности потока имеем: $w_2 = w_1 \dfrac{S_1}{S_2}$.

Таким образом получаем:

$$\frac{\Delta p}{\rho} = {w_1}^2\, \frac{S_1}{S_2}\left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right). \qquad (6.1)$$

Уравнение Бернулли для сечений 1 и 2:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{{w_1}^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{{w_2}^2}{2g} + h_{\text{п}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta p}{\rho} = \frac{{w_1}^2}{2}\left[1 - \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right] - h_{\text{п}}\, g. \qquad (6.2)$$

Из выражений (6.1) и (6.2) найдем:

$$\frac{w_1^2}{2}\left[1-\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right]-h_{\text{п}}\,g=w_1^2\,\frac{S_1}{S_2}\left(1-\frac{S_1}{S_2}\right)\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad 2\,h_{\text{п}}\,g=w_1^2\left[1-\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right]-2\,w_1^2\left[\frac{S_1}{S_2}-\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2\right].$$

Окончательно получим: $h_{\text{п}}=\dfrac{w_1^2}{2\,g}\left(1-\dfrac{S_1}{S_2}\right)^2$.

Задание 7

Емкость сферической формы радиусом R наполовину заполнена жидкостью (рис. 7.1). На нижней стенке емкости имеется отверстие площадью S_0, закрытое заглушкой. Емкость сообщается с атмосферой. Определить время полного истечения жидкости при открытой заглушке. Объемный расход жидкости при истечении определяется по формуле $Q=\alpha\,S_0\sqrt{2\,g\,H}$, где α – коэффициент расхода, H – уровень жидкости над отверстием.

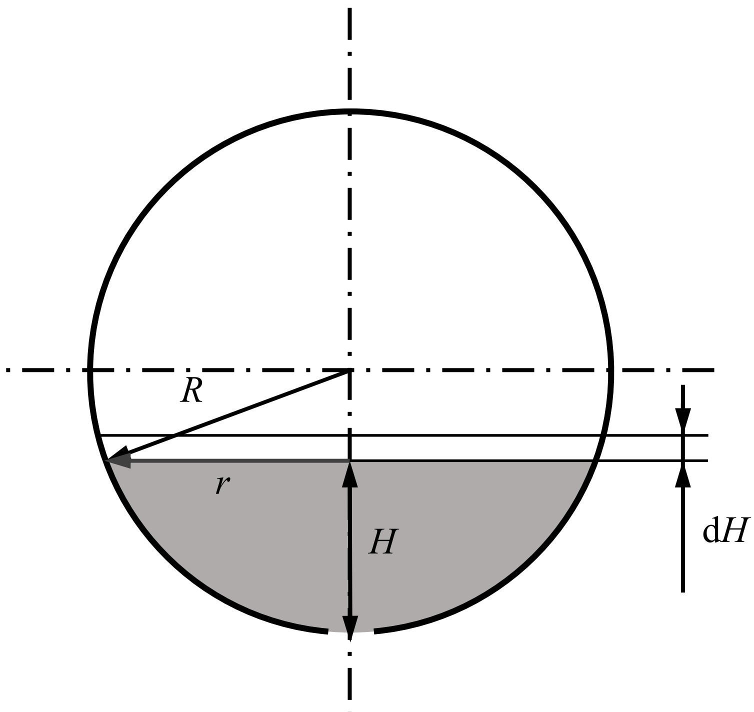

Рис. 7.1. Сферическая емкость

Решение

$$r^2 = R^2 - (R-H)^2 = 2\,R\,H - H^2 .$$

$$-\mathrm{d}V = -\pi\left(2\,R\,H - H^2\right)\mathrm{d}H = \alpha\,S_0\sqrt{2\,g\,H}\;\mathrm{d}\tau .$$

$$\mathrm{d}\tau = \frac{-\pi}{\alpha\,S_0\sqrt{2\,g}}\left(2\,R\,H - H^2\right)H^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}H .$$

$$\tau = \frac{\pi}{\alpha S_0\sqrt{2g}}\int\limits_0^{H=R}\left(2RH^{\frac{1}{2}} - H^{\frac{3}{2}}\right)\mathrm{d}H =$$

$$= \frac{\pi}{\alpha S_0\sqrt{2g}}\left(\frac{4}{3}H^{\frac{3}{2}}R - \frac{2}{5}H^{\frac{5}{2}}\right)\Bigg|_0^R = \frac{14}{15}\frac{\pi}{\alpha\,S_0\sqrt{2\,g}}R^{\frac{5}{2}} .$$

Задание 8

Горизонтальная цилиндрическая емкость с радиусом R и длиной L заполнена жидкостью объемом, равным половине объема емкости (рис. 8.1). На нижней стороне емкости имеется отверстие площадью S_0, закрытое заглушкой. Давление над жидкостью в емкости атмосферное. Определить время полного истечения жидкости из открытой емкости через отверстие в область атмосферного давления. Объемный расход жидкости при истечении определяется по формуле: $Q = \alpha S_0\sqrt{2gH}$, где α – коэффициент расхода, H – уровень жидкости над отверстием.

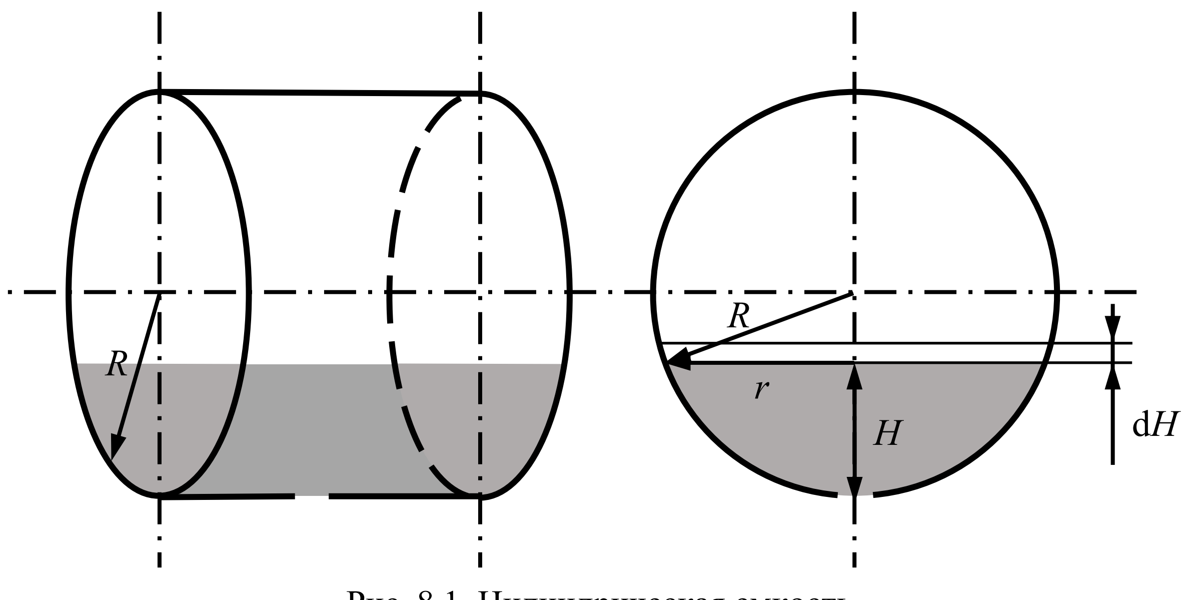

Рис. 8.1. Цилиндрическая емкость

Решение

$$r^2 = R^2 - (R - H)^2 = 2\,R\,H - H^2 \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt{2\,R\,H - H^2}\,.$$

$$-\mathrm{d}V = -2\,r\,L\,\mathrm{d}H = -2\sqrt{2\,R\,H - H^2}\;L\,\mathrm{d}H = \alpha\,S_0\sqrt{2\,g\,H}\;\mathrm{d}\tau,$$

$$\mathrm{d}\tau = \frac{-2\,L}{\alpha\,S_0\sqrt{2\,g}}\sqrt{2\,R - H}\;\mathrm{d}H\,,$$

$$\tau = \left[\frac{2\,L\cdot 2}{3\,\alpha\,S_0\sqrt{2\,g}}\left(2\,R - H\right)^{\frac{3}{2}}\right]\Bigg|_{H=R}^{0} = \frac{4}{3}\frac{L\left[\left(2\,R\right)^{3/2} - R^{3/2}\right]}{\alpha\,S_0\sqrt{2\,g}}.$$

Задание 9

Жидкость в виде пленки стационарно стекает по вертикальной поверхности твердой стенки в ламинарном режиме. Дана плотность ρ и коэффициент динамической вязкости μ. Толщина пленки δ. Уравнение Навье – Стокса в декартовых координатах z–x:

$$\frac{\mathrm{d}^2 w_\mathrm{z}}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{\rho\,g}{\mu}\,.$$

Сила тяжести совпадает с направлением оси z. С внешней стороны пленка граничит с газом, причем градиент скорости на границе с газом можно приравнять к нулю. Найти среднее по толщине пленки значение скорости w_z.

Решение

Граничные условия:

1) $x = 0$, $w_\mathrm{z} = 0$;

2) $x = \delta$, $\dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}x} = 0$.

$$w_\mathrm{z} = -\frac{\rho\,g\,x^2}{2\,\mu} + C_1\,x + C_2\,,$$

из граничного условия 1: $C_2 = 0$; из граничного условия 2: $C_1 = \dfrac{\rho\,g\,\delta}{\mu}$.

$$w_{\mathrm{z\,cp}} = \frac{1}{\delta}\int_0^\delta w_\mathrm{z}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\delta}\left(-\frac{\rho\,g\,x^3}{6\,\mu} + \frac{\rho\,g\,\delta\,x^2}{2\,\mu}\right)\Bigg|_0^\delta = \frac{\rho\,g\,\delta^2}{3\,\mu}\,.$$

Задание 10

Экспериментальным путем установлено, что при осаждении одиночных сферических твердых частиц скорость осаждения *w* зависит от следующих величин: плотности ρ и вязкости μ среды, произведения разности плотностей частицы и среды на ускорение свободного падения $(\rho_ч - \rho)g$ и диаметра частицы *d*. На основе метода анализа размерностей найти критерии (числа) подобия для данного процесса и общий вид зависимости между этими критериями.

Решение

Принимаем (гипотетически) степенную зависимость скорости от упомянутых величин:

$w = A\,\rho^x d^y \left[(\rho_ч - \rho)g\right]^z \mu^t$, где A – некоторая постоянная безразмерная величина.

Учитывая равенство размерностей правой и левой части уравнения, получим:

$$м \cdot с^{-1} = кг^x \cdot м^{-3x} \cdot м^y \cdot кг^z \cdot м^{-2z} \cdot с^{-2z} \cdot кг^t \cdot м^{-t} \cdot с^{-t}.$$

Для каждой основной размерности найдем:

$$\begin{aligned} &кг: && x + z + t = 0 \\ &м: && 1 = -3 \cdot x + y - 2 \cdot z - t \\ &с: && -1 = -2 \cdot z - t \end{aligned}$$

Выразим все показатели степени через z:

$$t = 1 - 2 \cdot z; \quad x = z - 1; \quad y = -1 + 3 \cdot z.$$

В результате получим:

$$w = A \cdot \rho^z \cdot \rho^{-1} \cdot d^{-1} \cdot d^{3z} \left[(\rho_ч - \rho) \cdot g\right]^z \mu^{-2z} \cdot \mu.$$

В безразмерной форме:

$$\frac{w \cdot d \cdot \rho}{\mu} = A \left[\frac{d^3 \cdot \rho \cdot (\rho_ч - \rho) \cdot g}{\mu^2}\right]^z.$$

Или в критериальной форме: $\mathrm{Re} = A \cdot \mathrm{Ar}^z$.

Это подтверждается экспериментально для ламинарного и сильно развитого турбулентного движения.

Задание 11

Твердая частица объемом V и плотностью $\rho_т$ осаждается в жидкости, имеющей плотность ρ и коэффициент динамической вязкости μ; задан коэффициент сопротивления при движении частицы ξ. Составить баланс сил, действующих на частицу и записать его в безразмерной форме в виде зависимости между коэффициентом сопротивления ξ, числом Рейнольдса Re и числом Архимеда Ar. Движение установившееся.

Сделать это для двух случаев:

1) осаждается сфера с диаметром d;

2) осаждается диск с диаметром d и толщиной h. Осаждение диска происходит перпендикулярно его плоскости.

Решение

Баланс сил при установившемся движении $\xi \rho S \dfrac{w^2}{2} = V(\rho_т - \rho) g$,

где S – площадь проекции частицы на горизонтальную плоскость.

1) Сфера: $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$; $V = \dfrac{\pi d^3}{6}$;

$$\xi \rho \frac{\pi d^2}{4} \frac{w^2}{2} = \frac{\pi d^3}{6}(\rho_т - \rho) g.$$

Умножив обе части на $\dfrac{\rho}{\mu^2}$, получим: $\xi \mathrm{Re}^2 = \dfrac{4}{3}\mathrm{Ar}$.

2) Диск: $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$; $V = \dfrac{\pi d^2}{4} h$;

$\xi \rho \dfrac{\pi d^2}{4} \dfrac{w^2}{2} = \dfrac{\pi d^2}{4} h (\rho_т - \rho) g$, умножив обе части на $\dfrac{\rho}{\mu^2}$ получим:

$$\xi \mathrm{Re}^2 = 2 \frac{d^2 h (\rho_т - \rho) \rho g}{\mu^2} = 2\mathrm{Ar}.$$

Задание 12

Одиночные пузырьки объемом V и плотностью $\rho_г$ всплывают в жидкости, имеющей плотность ρ и коэффициент динамической вязкости μ. Задан коэффициент сопротивления при движении пузырьков ξ. Движение установившееся. Составить баланс сил, действующих на пузырек и записать его в безразмерной форме в виде зависимости между коэффициентом сопротивления, числом Рейнольдса Re и числом Архимеда Ar.

Сделать это для двух случаев:

1) всплывает сферический пузырек диаметром d;

2) всплывает пузырек в виде эллипсоида вращения, сплюснутого в направлении движения; оси эллипсоида: $b > a$; объем эллипсоида $V = \frac{\pi\left(b^2 a\right)}{6}$.

Решение

Баланс сил при установившемся движении $\xi \rho S \frac{w^2}{2} = V\left(\rho - \rho_г\right) g$,

где S – площадь проекции частицы на горизонтальную плоскость.

1) Сфера:

$$\xi \rho \frac{\pi d^2}{4} \frac{w^2}{2} = \frac{\pi d^3}{6}\left(\rho - \rho_г\right) g \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \xi \frac{w^2 d^2 \rho^2}{\mu^2} = \frac{4}{3} \frac{d^3\left(\rho - \rho_г\right) \rho g}{\mu^2} \quad \Rightarrow \quad \xi \mathrm{Re}^2 = \frac{4}{3} \mathrm{Ar}.$$

2) Эллипсоид: $S = \frac{\pi b^2}{4}$.

$$\xi \rho \frac{\pi b^2}{4} \frac{w^2}{2} = \frac{\pi b^2 a\left(\rho - \rho_г\right) g}{6}.$$

Умножим на $\frac{\rho}{\mu^2}$, получим:

$$\xi \frac{w^2 b^2 \rho^2}{\mu^2} = \frac{4}{3} \frac{b^2 a\left(\rho - \rho_г\right) \rho g}{\mu^2} \quad \Rightarrow \quad \xi \mathrm{Re}^2 = \frac{4}{3} \mathrm{Ar}.$$

Задание 13

Пузырек сферической формы с диаметром d всплывает в чистой жидкости, имеющей плотность ρ и коэффициент динамической вязкости μ. Известна плотность газа $\rho_г$. Коэффициент сопротивления при движении пузырька в данном случае может быть представлен формулой:

$$\xi = \frac{16}{\mathrm{Re}} + \frac{32}{\mathrm{Re}+32}.$$

Найти скорость всплытия при установившемся движении пузырька, исходя из баланса сил, действующих на пузырек.

Решение

Из баланса сил: $\xi\,\mathrm{Re}^2 = \frac{4}{3}\mathrm{Ar}$;

$$\left(\frac{16}{\mathrm{Re}} + \frac{32}{\mathrm{Re}+32}\right)\mathrm{Re}^2 = \frac{4}{3}\mathrm{Ar} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 48\,\mathrm{Re}^2 + \left(512 - 1{,}333\,\mathrm{Ar}\right)\mathrm{Re} - 42{,}67\,\mathrm{Ar} = 0$$

Отсюда следует:

$$\mathrm{Re} = -\left(\frac{512 - 1{,}333\,\mathrm{Ar}}{96}\right) + \sqrt{\left(\frac{512 - 1{,}333\,\mathrm{Ar}}{96}\right)^2 + 0{,}889\,\mathrm{Ar}},$$

где $\mathrm{Ar} = \frac{\mathrm{d}^3\left(\rho - \rho_{\text{г}}\right)\rho\,g}{\mu^2}$.

Скорость всплытия: $w = \mathrm{Re}\frac{\mu}{d\,\rho}$.

Задание 14

Сумма внешних сил, действующих на фазы однородного кипящего (псевдоожиженного) зернистого слоя, в расчете на единицу объема каждой из фаз, приближенно можно выразить следующим уравнением:

сплошная фаза $$-\rho_{\text{с}}\,g\vec{i} - \nabla p - F_{\text{с}}\vec{i} = 0, \qquad (14.1)$$

дисперсная фаза $$-\rho_{\text{с}}\,g\vec{i} + \left[\left(1-\varepsilon\right)\rho_{\text{д}} + \varepsilon\rho_{\text{с}}\right]g\vec{i} + F_{\text{д}}\vec{i} = 0, \qquad (14.2)$$

где $\rho_{\text{с}}$, $\rho_{\text{д}}$ – плотности сплошной и дисперсной фаз; $\vec{i}$ – единичный вектор, направленный вертикально вверх; ∇p – градиент давления; $F_{\text{с}}$, $F_{\text{д}}$ – силы сопротивления, приходящиеся на единицу объема сплошной и дисперсной фаз; ε – порозность слоя.

Определить силу сопротивления, приходящуюся на единицу объема сплошной фазы $F_{\text{с}}$, и градиент давления.

Решение

Силу сопротивления $F_д$ можно выразить через $F_с$ с помощью следующих уравнений:

$$F_с \cdot V_с = F_д \cdot V_д, \qquad (14.3)$$

$$\frac{V_д}{V_д + V_с} = 1 - \varepsilon, \qquad (14.4)$$

где $V_с$ и $V_д$ – объемы сплошной и дисперсной фазы.

Из уравнений (14.3) и (14.4) получим:

$$F_д = F_с \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}. \qquad (14.5)$$

Из уравнений (14.2) и (14.5) найдем:

$$F_с = (1-\varepsilon)(\rho_д - \rho_с) g. \qquad (14.6)$$

Из уравнений (14.1) и (14.6) получим: $\nabla p = -\vec{i}\left[(1-\varepsilon)\rho_д + \varepsilon\rho_с\right] g$.

Задание 15

Сумма внешних сил, приходящихся на единицу объема сплошной фазы однородного кипящего (псевдоожиженного) зернистого слоя, выражается уравнением:

$$-\rho_с g\vec{i} - \nabla p - (1-\varepsilon)(\rho_д - \rho_с) g\vec{i} = 0, \qquad (15.1)$$

где $\rho_с$, $\rho_д$ – плотности сплошной и дисперсной фаз; $\vec{i}$ – единичный вектор, направленный вертикально вверх; ∇p – градиент давления; ε – порозность слоя.

Найдите отношение веса твердых частиц слоя (с учетом выталкивающей силы Архимеда) к площади поперечного сечения слоя S. Принять, что сила Архимеда пропорциональна удельному весу сплошной фазы. Сформулируйте физический смысл полученного результата.

Решение

Градиент давления связан с перепадом давления в слое следующим образом:

$$-\nabla p = \frac{\Delta p}{H}\vec{i}, \qquad (15.2)$$

где H – высота слоя.

Из уравнений (15.1) и (15.2) получим:

$$-\rho_с g H + \Delta p = (1-\varepsilon)(\rho_д - \rho_с) g H \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \Delta p - \rho_с g H = \frac{(1-\varepsilon)(\rho_д - \rho_с) g H S}{S} = \frac{m g}{S},$$

где m – масса частиц.

Полученный результат формулируется следующим образом: перепад давления в слое за вычетом гидростатического давления сплошной фазы равен весу твердых частиц слоя (с учетом Архимедовой силы), отнесенному к площади поперечного сечения слоя, причем выталкивающая сила Архимеда условно принята пропорциональной удельному весу сплошной фазы.

Задание 16

Соотношение скоростей стесненного и свободного осаждения сферических частиц при малых значениях числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} < 0{,}2$) в области больших концентраций твердой фазы может быть выражено следующим уравнением:

$$\frac{w_{ст}}{w_{св}} = 0{,}16 \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon}, \tag{16.1}$$

где $w_{ст}$ и $w_{св}$ – скорости стесненного и свободного осаждения; ε – порозность слоя осаждающихся частиц.

Заданы следующие величины: диаметр частиц d; приведенная (фиктивная) скорость осаждения $w_{пр}$; динамический коэффициент вязкости μ; плотности дисперсной и сплошной фаз $\rho_д$, $\rho_с$.

Определить зависимость порозности слоя осаждающихся частиц от заданных параметров.

Решение

Критериальное уравнение для определения скорости свободного осаждения при $\mathrm{Re} < 0{,}2$ имеет вид:

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{Ar}}{18}, \tag{16.2}$$

где Ar – критерий Архимеда.

Из уравнения (16.2) получим:

$$w_{\text{св}} = \frac{d^2\left(\rho_{\text{д}} - \rho_{\text{с}}\right)g}{18\mu}. \qquad (16.3)$$

Скорость стесненного осаждения (относительно стенок аппарата) можно выразить через приведенную скорость:

$$w_{\text{ст}} = \frac{w_{\text{пр}}}{1-\varepsilon}. \qquad (16.4)$$

Из уравнений (16.1) – (16.4) получим:

$$\varepsilon = 4{,}83\left(\frac{w_{\text{пр}}\,\mu}{d^2\left(\rho_{\text{д}} - \rho_{\text{с}}\right)}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

Задание 17

Получить уравнение фильтрования (зависимость объема фильтрата от времени процесса) для периодически действующего фильтра, работающего под избыточным давлением, если суспензия подается на фильтрование центробежным насосом. Для интервала, в котором меняется производительность фильтра по фильтрату, характеристика насоса может быть с достаточной точностью представлена линейной зависимостью: $H = a - bQ$, где H и Q – напор и производительность насоса, a и b – константы. Можно приближенно принять, что $Q = \frac{dV}{d\tau}$, где V – объем фильтрата; τ – время. В задании известны: плотность ρ и коэффициент динамической вязкости μ фильтрата, удельное сопротивление несжимаемого осадка r_0, сопротивление фильтровальной перегородки $R_{\text{ф.п}}$, отношение объема осадка к объему фильтрата к и площадь фильтровальной перегородки S. При решении этой задачи принять, что весь напор насоса тратится на преодоление сопротивления фильтра.

Решение

Поскольку $\Delta p = \rho\, g\, H$, где Δp – перепад давления на фильтре, получим следующее дифференциальное уравнение фильтрования:

$$\frac{\mathrm{d}V}{S\,\mathrm{d}\tau}=\frac{\Delta p}{\mu\left(\dfrac{r_0\,\kappa V}{S}+R_{\text{ф.п}}\right)}=\frac{\rho g\left(a-b\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\tau}\right)}{\mu\left(\dfrac{r_0\,\kappa V}{S}+R_{\text{ф.п.}}\right)};$$

$$\mu\left(\frac{r_0\,\kappa V}{S}+R_{\text{ф.п}}\right)\mathrm{d}V=\rho g\,a S\,\mathrm{d}\tau-\rho g\,b S\,\mathrm{d}V\,.$$

Отсюда можно получить: $\displaystyle\int_0^V\left(\mu\frac{r_0\,V\,\kappa}{S}+R_{\text{ф.п}}\,\mu+\rho g\,b S\right)\mathrm{d}V=\rho g\,a S\int_0^\tau \mathrm{d}\tau \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \mu\frac{r_0 V^2\,\kappa}{2S}+\left(R_{\text{ф.п}}\,\mu+\rho g\,b S\right)V-\rho g\,a S\,\tau=0\,.$$

Задание 18

Насос перекачивает жидкость с плотностью ρ из емкости 1 в емкость 2 (рис. 18.1). Уровень жидкости в емкости 1 находится выше точки входа жидкости в насос на расстояние $H_{\text{вс}}$. Перед входом жидкости в емкость 2 установлен манометр, показывающий давление $p_{\text{ман}}$. Давление в емкости 1 атмосферное. Кроме этого, известна скорость жидкости в нагнетательном трубопроводе $w_{\text{н}}$, высота нагнетательной линии $H_{\text{н}}$, потери напора во всасывающей $H_{\text{п вс}}$ и нагнетательной линии $H_{\text{п н}}$. Определить напор насоса.

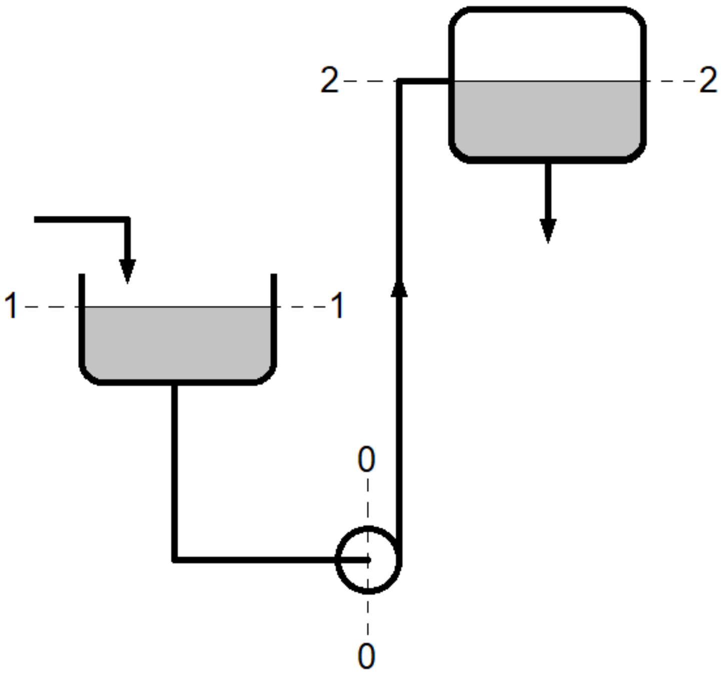

Рис. 18.1. Транспортировка жидкости насосом

Решение

Уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 0–0
(точка отсчета высот в сечении 0–0):

$$\frac{w_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\rho g}+H_{\text{вс}}=\frac{w_0^2}{2g}+\frac{p_0}{\rho g}+0+H_{\text{п вс}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{p_0}{\rho g}=\frac{p_{\text{атм}}}{\rho g}+H_{\text{вс}}-\frac{w_0^2}{2g}-H_{\text{п вс}}\,,\ \frac{w_1^2}{2g}\simeq 0\,.$$

Уравнение Бернулли для сечений 0–0 и 2–2:

$$\frac{w_0^2}{2g}+\frac{p_0}{\rho g}+0=\frac{w_2^2}{2g}+\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g}+\frac{p_{\text{атм}}}{\rho g}+H_{\text{н}}+H_{\text{п н}}-H\,,\ \frac{w_2^2}{2g}\simeq 0\,,$$

$$H=\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g}+\frac{p_{\text{атм}}}{\rho g}+H_{\text{н}}+H_{\text{п н}}-\frac{w_0^2}{2g}-\frac{p_{\text{атм}}}{\rho g}-H_{\text{вс}}+\frac{w_0^2}{2g}+H_{\text{п вс}}\,,$$

$$H=\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g}+H_{\text{н}}-H_{\text{вс}}+H_{\text{п н}}+H_{\text{п вс}}\,.$$

Задание 19

Днище аппарата имеет вид полусферы с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2. Температура внутренней поверхности днища t_1, внешней t_2. Поскольку температура t_2 превышает температуру окружающей среды, происходит стационарная потеря тепла от днища. Известен коэффициент теплопроводности стенки λ. Найти теряемый стенкой поток тепла Q_{t}.

Решение

$$Q_{\text{t}}=-\lambda\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}2\pi r^2\,.$$

$$\int_{t_1}^{t_2}\mathrm{d}t=-\frac{Q_t}{2\pi\lambda}\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2}\,.$$

$$t_1-t_2=\frac{Q_t}{2\pi\lambda}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{R_1}^{R_2}=-\frac{Q_t}{2\pi\lambda}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right).$$

$$Q_{\text{t}}=\frac{2\pi\lambda\left(t_1-t_2\right)R_1R_2}{R_2-R_1}\,.$$

Задание 20

В объеме твердого тела выделен произвольный объем V, ограниченный поверхностью S. В каждой точке поверхности S задан вектор плотности потока тепла теплопроводностью $\vec{q}_{\text{т}}$ и единичная внешняя нормаль $\vec{n}$. Заданы также величины плотности ρ, коэффициента теплопроводности λ и теплоемкости тела c. Внутри данного объема V имеется источник тепла с объемной плотностью $q_{\text{V}} = \dfrac{\mathrm{d}Q_{\text{ист}}}{\mathrm{d}V}$, где $Q_{\text{ист}}$ – поток тепла от источника. На основе теплового баланса получить уравнение переноса тепла в неподвижной среде. Вывод уравнения переноса может быть сделан не только в векторной, но и в скалярной форме.

Решение

$\vec{q}_{\text{т}} = -\lambda \operatorname{grad} t$.

Поток тепла теплопроводностью, входящий в объем тела V через поверхность S: $Q_{\text{t1}} = -\int\limits_S \vec{q}_{\text{т}}\, \vec{n}\, \mathrm{d}S = -\int\limits_V \operatorname{div} \vec{q}_{\text{т}}\, \mathrm{d}V$.

Поток тепла, входящий в объем из источника: $Q_{\text{ист}} = \int\limits_V q_{\text{V}}\, \mathrm{d}V$.

Суммарный поток тепла: $Q_{\text{t}} = Q_{\text{t1}} + Q_{\text{ист}} = \int\limits_V \left(q_{\text{V}} - \operatorname{div} \vec{q}_{\text{т}}\right) \mathrm{d}V$.

Этот же поток тепла можно выразить так: $Q_{\text{t}} = \int\limits_V \dfrac{\partial(\rho\, c\, t)}{\partial \tau} \mathrm{d}V$.

Приравняв потоки тепла, выраженные разными способами, получим:

$$\int\limits_V \left[\frac{\partial(\rho\, c\, t)}{\partial \tau} + \operatorname{div} \vec{q}_{\text{т}} - q_{\text{V}}\right] \mathrm{d}V = 0.$$

Поскольку $\mathrm{d}V \neq 0$, то $\rho\, c \dfrac{\partial t}{\partial \tau} - \lambda \operatorname{div}(\operatorname{grad} t) - q_{\text{V}} = 0$ или $\dfrac{\partial t}{\partial \tau} = \dfrac{\lambda}{\rho\, c} \nabla^2 t + \dfrac{q_{\text{V}}}{\rho\, c}$.

В случае отсутствия источника: $\dfrac{\partial t}{\partial \tau} = a\, \nabla^2 t$, где $a = \dfrac{\lambda}{\rho\, c}$.

Задание 21

Насыщенный пар конденсируется на вертикальной поверхности стенки теплообменника (см. рисунок 21.1). Пленка конденсата ламинарно стекает по поверхности стенки, непрерывно увеличиваясь по толщине за счет конденсации новых порций пара на поверхности пленки. Ширина пленки (по координате y) равна 1 м. Общая высота стенки равна H. Дифференциал теплового потока от пара к стенке на расстоянии z от начала пленки выражается линейным уравнением:

$$\mathrm{d}Q_{\mathrm{t}} = \frac{\lambda}{\delta}\left(t_{\text{п}} - t_{\text{ст}}\right)\mathrm{d}z \cdot b, \tag{21.1}$$

где λ – коэффициент теплопроводности конденсата; δ – толщина пленки конденсата на расстоянии z от начала пленки; $t_{\text{ст}}$ – постоянная по длине пленки температура станки; $t_{\text{п}}$ – температура внешней поверхности пленки, равная температуре пара; b = 1 м – ширина пленки (по координате y).

Средняя скорость течения конденсата выражается уравнением:

$$w_{z\,\text{ср}} = \frac{\rho g \delta^2}{3\mu}. \tag{21.2}$$

Удельная теплота конденсации пара равна r (Дж/кг).

Определить коэффициент теплоотдачи от пара к стенке в зависимости от приведенных выше параметров.

Решение

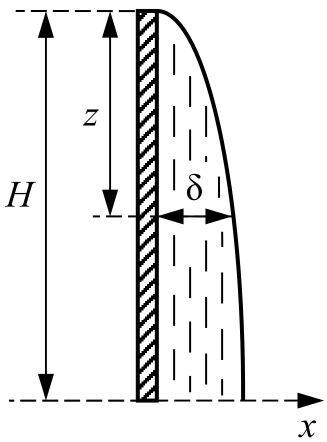

Рис. 21.1. Пленочная конденсация

Массовый поток конденсата в точке с координатой z (направленной вниз):

$$m = w_{z\,\text{ср}}\,\delta b \rho = \frac{\rho^2 g \delta^3 b}{3\mu}. \tag{21.3}$$

Массовый поток конденсата из уравнения (21.1):

$$\mathrm{d}m = \frac{\mathrm{d}Q_{\mathrm{t}}}{r} = \frac{\lambda}{\delta r}\left(t_{\text{п}} - t_{\text{ст}}\right)\mathrm{d}z \cdot b. \tag{21.4}$$

Из уравнений (21.3) и (21.4) получим:

$$\mathrm{d}m = \frac{\rho^2 g \delta^2 \mathrm{d}\delta \cdot b}{\mu} = \frac{\lambda}{\delta r}\left(t_{\text{п}} - t_{\text{ст}}\right)\mathrm{d}z \cdot b \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \delta^3 \mathrm{d}\delta = \frac{\lambda \mu}{r g \rho^2}\left(t_{\text{п}} - t_{\text{ст}}\right)\mathrm{d}z \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta^4}{4} = \frac{\lambda \mu}{r g \rho^2}\left(t_{\text{п}} - t_{\text{ст}}\right) z \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \delta = \left[\frac{4\lambda \mu (t_{\text{п}} - t_{\text{ст}}) z}{r g \rho^2} \right]^{0,25}.$$

Локальный коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha_{\text{л}} = \frac{\lambda}{\delta} = \left[\frac{\lambda^4 r g \rho^2}{4\lambda \mu (t_{\text{п}} - t_{\text{ст}}) z} \right]^{0,25} = \left[\frac{\lambda^3 r g \rho^2}{4 \mu (t_{\text{п}} - t_{\text{ст}}) z} \right]^{0,25}.$$

Средний коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha_{\text{ср}} = \frac{\int_0^H \alpha_{\text{л}} \, \mathrm{d}z}{H} = \frac{4}{3} \left[\frac{\lambda^3 r g \rho^2}{4 \mu H (t_{\text{п}} - t_{\text{ст}})} \right]^{0,25}.$$

Задание 22

Дифференциальное уравнение стационарной теплопроводности с объемным источником тепла в одномерном варианте для цилиндрических тел имеет следующий вид

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r} \left(r \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} \right) + q_{\text{v}} = 0, \qquad (22.1)$$

где r – радиус цилиндра; λ – коэффициент теплопроводности; q_{v} – мощность объемного источника тепла, Вт/м^3.

Теплоотдача от тела в окружающую среду с температурой $t_{\text{ср}}$ характеризуется коэффициентом теплоотдачи α. Найти зависимость температуры внешней поверхности тела ($t_{\text{пов}}$) от указанных параметров. Используя полученную зависимость, найти температуру внешней поверхности жаропрочной проволоки электронагревателя воздуха. Сопротивление горячей проволоки 4 Ома. Сила тока в электронагревателе 19 А. Диаметр проволоки 2 мм, ее длина 12 м. Средняя температура воздуха, проходящего через нагреватель, 20 ºС. Коэффициент теплоотдачи от проволоки к воздуху 30 Вт/(м^2·К).

Решение

Граничные условия для уравнения (22.1):

на оси цилиндра $$\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} \right)_{\text{r}=0} = 0, \qquad (22.2)$$

на поверхности $$\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)_{\text{пов}} = -\frac{\alpha}{\lambda}\left(t_{\text{пов}} - t_{\text{ср}}\right). \qquad (22.3)$$

Интегрируем уравнение (22.1)

$$r\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} = -\frac{q_{\text{v}}}{\lambda}\cdot\frac{r^2}{2} + c \qquad (22.4)$$

Из (22.2) $c = 0$.

Из (22.3) и (22.4): $\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)_{\text{пов}} = -\frac{q_{\text{v}}\, r_{\text{пов}}}{2\lambda} = -\frac{\alpha}{\lambda}\left(t_{\text{пов}} - t_{\text{ср}}\right) \;\Rightarrow\; t_{\text{пов}} = t_{\text{ср}} + \frac{q_{\text{v}}\, r_{\text{пов}}}{2\alpha}$.

Тепловой поток от проволоки к воздуху:

$$Q_{\text{t}} = I^2 R = 19^2 \cdot 4 = 1444\ \text{Вт},$$

$$q_{\text{v}} = \frac{Q_{\text{t}}}{\pi r_{\text{пов}}^2 L} = \frac{1444}{3{,}14\cdot 10^{-6}\cdot 12} = 3{,}832\cdot 10^7\ \text{Вт/м}^3,$$

$$t_{\text{пов}} = t_{\text{ср}} + \frac{q_{\text{v}}\, r_{\text{пов}}}{2\alpha} = 20 + \frac{3{,}832\cdot 10^7\cdot 10^{-3}}{2\cdot 30} = 658{,}7\ {}^\circ\text{C}.$$

Задание 23

В трубчатом электронагревателе используется нихромовая проволока. Задана требуемая мощность электронагревателя P. Известна допустимая поверхностная мощность проволоки $P_{\text{доп}} = P/S$, где S – поверхность проволоки. Известно удельное сопротивление проволоки ρ. Задано напряжение сети U. Найти необходимую длину и диаметр нихромовой проволоки.

Решение

$$P = \frac{U^2}{R},\; R = \rho\frac{L}{S} \;\Rightarrow\; P = \frac{U^2}{\rho L}S,\; P = P_{\text{доп}}\,\pi\, d\, L,$$

$$P^2 = \frac{U^2\,\pi\, d^2\, P_{\text{доп}}\,\pi\, d\, L}{\rho\, L\, 4} \;\Rightarrow\; d = \left(\frac{P^2\, 4\,\rho}{U^2\, P_{\text{доп}}\,\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}},\; L = \frac{P}{P_{\text{доп}}\,\pi\, d}.$$

Задание 24

В межтрубном пространстве двухтрубного холодильника непрерывно поступает горячая жидкость с расходом m_1, теплоемкостью c_1 и температурой $t_{1\text{н}}$. Охлаждение идет до температуры $t_{1\text{к}}$. Во внутреннюю трубу противотоком поступает холодная жидкость с расходом m_2, температурой $t_{2н}$, теплоемкостью c_2. Конечная температура холодной жидкости $t_{2к}$. Найти числа единиц переноса тепла по холодной и горячей жидкости (n_2 и n_1), а также связь числа единиц переноса с величинами коэффициента теплопередачи K, поверхности теплопередачи F и средней движущей силы $\Delta t_{ср}$. Принять, что жидкости двигаются по модели идеального вытеснения. Тепловыми потерями пренебречь.

Решение

$$\mathrm{d}Q_{\mathrm{t}} = -m_1\, c_1\, \mathrm{d}t_1 = -m_2\, c_2\, \mathrm{d}t_2 = K\, \Delta t\, \mathrm{d}F\,.$$

$$\int_{t_{1к}}^{t_{1н}} m_1\, c_1\, \mathrm{d}t_1 = \int_{t_{2н}}^{t_{2к}} m_2\, c_2\, \mathrm{d}t_2 = K\,\frac{F}{F}\int_0^F \Delta t\, \mathrm{d}F\,;\ \frac{1}{F}\int_0^F \Delta t\, \mathrm{d}F = \Delta t_{ср}\,.$$

$$m_1\, c_1\left(t_{1н} - t_{1к}\right) = m_2\, c_2\left(t_{2к} - t_{2н}\right) = K\, F\, \Delta t_{ср}\,.$$

$$\frac{t_{2к} - t_{2н}}{\Delta t_{ср}} = \frac{K\, F}{m_2\, c_2} = n_2\,;\ \frac{t_{1н} - t_{1к}}{\Delta t_{ср}} = \frac{K\, F}{m_1\, c_1} = n_1\,.$$

Задание 25

Коэффициент теплоотдачи от конденсирующегося насыщенного пара на пучке горизонтальных труб может быть рассчитан по формуле:

$$\alpha = 1{,}28\, \varepsilon_{\mathrm{t}}\, \varepsilon_{\mathrm{n}}\left(\frac{\lambda^3\rho^2 r}{\Delta t\, \mu\, d}\right)^{\frac{1}{4}},$$

где ε_{t} – коэффициент, учитывающий отличие температуры пленки от температуры пара; ε_{n} – коэффициент, учитывающий число труб в вертикальном раду горизонтального пучка; λ, ρ, μ – свойства конденсата при температуре конденсации, r – удельная теплота конденсации, d – внешний диаметр труб в пучке, Δt – разница между температурой пара и температурой внешней стенки трубы. Преобразовать данную формулу в более удобную для расчета следующую формулу:

$$\alpha = 2{,}04\left(\varepsilon_{\mathrm{t}}\, \varepsilon_{\mathrm{n}}\right)^{\frac{4}{3}}\lambda\left(\frac{\rho^2 n\, L}{m\, \mu}\right)^{\frac{1}{3}},$$

где n – число труб в пучке, L – длина труб, m – расход пара.

Решение

$Q_t = m\,r = \alpha\,\Delta t\,\pi\,d\,n\,L$,

$$\alpha^{\frac{3}{4}} = 1{,}28\,\varepsilon_t\,\varepsilon_n\left(\frac{\lambda^3\rho^2 n\,L\,\pi}{\mu\,m}\right)^{\frac{1}{4}} \quad\Rightarrow\quad \alpha = 2{,}04\left(\varepsilon_t\,\varepsilon_n\right)^{\frac{4}{3}}\lambda\left(\frac{\rho^2 n\,L}{m\,\mu}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

Задание 26

Коэффициент теплоотдачи от конденсирующегося насыщенного пара на вертикальных трубах теплообменников при ламинарно-волновом стекании пленки конденсата может быть рассчитан по формуле:

$$\alpha = 2{,}04\,\varepsilon_t\left(\frac{\lambda^3\rho^2 r}{\mu\,H\,\Delta t}\right)^{\frac{1}{4}},$$

где λ, ρ, μ – свойства конденсата при температуре конденсации, r – удельная теплота конденсации, H – высота труб, Δt – разница между температурой пара и температурой внешней стенки трубы, ε_t – коэффициент, учитывающий отличие температуры пленки от температуры конденсации. Преобразовать данную формулу в более удобную для расчета следующую формулу:

$$\alpha = 3{,}79\,\varepsilon_t^{\frac{4}{3}}\lambda\left(\frac{\rho^2 n\,d}{m\,\mu}\right)^{\frac{1}{3}},$$

где n – число труб в кожухотрубном теплообменнике, d – внешний диаметр труб, m – расход пара.

Решение

$$Q_t = \alpha\,\Delta t\,n\,\pi\,d\,H = m\,r \quad\Rightarrow\quad H\,\Delta t = \frac{m\,r}{\alpha\,n\,\pi\,d}.$$

$$\alpha = 2{,}04\varepsilon_t\left(\frac{\lambda^3\rho^2 r}{\mu H\,\Delta t}\right)^{\frac{1}{4}} \quad\Rightarrow\quad \alpha = \left(2{,}04\varepsilon_t\right)^{\frac{4}{3}}\pi^{\frac{1}{3}}\lambda\left(\frac{\rho^2 nd}{m\mu}\right)^{\frac{1}{3}} = 3{,}79\varepsilon_t^{\frac{4}{3}}\lambda\left(\frac{\rho^2 n\,d}{m\mu}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

Задание 27

В трубах кожухотрубного теплообменника непрерывно нагревается жидкость, имеющая расход m_2, теплоемкость c_2 и начальную температуру $t_{2н}$. Греющий насыщенный пар с температурой t_1 поступает в межтрубное пространство. Коэффициент теплопередачи K и теплоемкость c_2 считать постоянными. Потерями тепла пренебречь. Найти зависимость температуры нагреваемой жидкости от поверхности теплопередачи.

Решение

$$\mathrm{d}Q_{\mathrm{t}} = m_2\, c_2\, \mathrm{d}t_2 = K\left(t_1 - t_2\right)\mathrm{d}F\,,$$

$$\frac{m_2\, c_2}{K}\int\limits_{t_{2\text{н}}}^{t_2}\frac{\mathrm{d}\, t_2}{t_1 - t_2} = \int\limits_0^F \mathrm{d}F\,,$$

$$F = -\frac{m_2\, c_2}{K}\ln\frac{t_1 - t_2}{t_1 - t_{2\text{н}}} \quad \Rightarrow \quad t_2 = t_1 - \left(t_1 - t_{2\text{н}}\right)\exp\left(-\frac{K\, F}{m_2\, c_2}\right).$$

Задание 28

В трубах кожухотрубного испарителя непрерывно протекает горячая вода с расходом m_1, теплоемкостью c_1 и начальной температурой $t_{1\text{н}}$. За счет охлаждения горячей воды, в межтрубном пространстве непрерывно испаряется органическая жидкость при постоянной температуре кипения t_2. Коэффициент теплопередачи K и теплоемкость c_1 считать постоянными. Потерями тепла пренебречь. Испаряемая жидкость поступает в испаритель при температуре кипения. Найти зависимость температуры горячей воды от поверхности теплопередачи.

Решение

$$\mathrm{d}Q_{\mathrm{t}} = -m_1\, c_1\, \mathrm{d}t_1 = K\left(t_1 - t_2\right)\mathrm{d}F\,,$$

$$-\frac{m_1\, c_1}{K}\int\limits_{t_{1\text{н}}}^{t_1}\frac{\mathrm{d}\, t_1}{t_1 - t_2} = \int\limits_0^F \mathrm{d}F\,,$$

$$F = -\frac{m_1\, c_1}{K}\ln\frac{t_1 - t_2}{t_{1\text{н}} - t_2} \quad \Rightarrow \quad t_1 = t_2 + \left(t_{1\text{н}} - t_2\right)\exp\left(-\frac{K\, F}{m_1\, c_1}\right).$$

Задание 29

Жидкость непрерывно нагревается в змеевиковом подогревателе с мешалкой от температуры $t_{2\text{н}}$ до $t_{2\text{к}}$ насыщенным водяным паром с температурой t_1. В подогревателе есть горизонтальная перегородка, делящая общую поверхность теплопередачи на две равные части (рис. 29.1). В перегородке имеются два отверстия для прохода змеевика и вала мешалки, а также перетока жидкости. Жидкость в каждой части подогревателя течет по модели идеального смешения. Найти среднюю разность температур в подогревателе и температуру $t'_{2к}$ жидкости, выходящей из верхней части подогревателя. Потерями тепла пренебречь. коэффициент теплопередачи K одинаков и постоянен вверху и внизу подогревателя. Теплоемкость жидкости c_2 также постоянна.

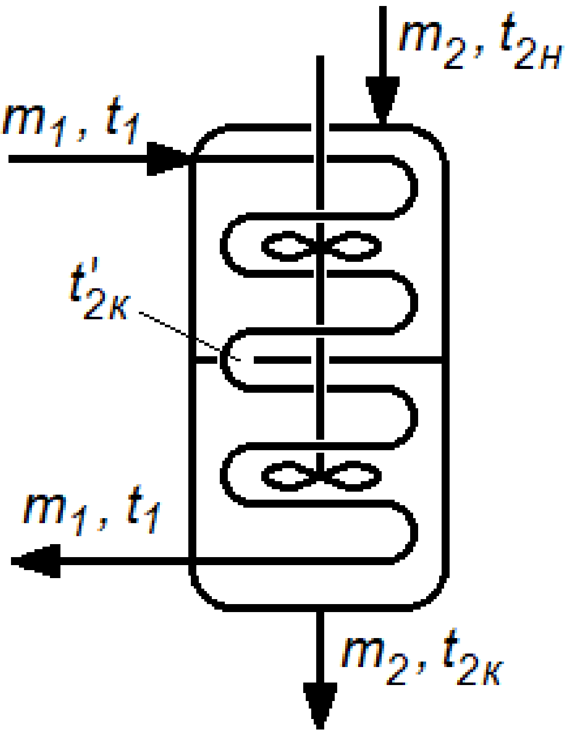

Рис. 29.1. Двухъячеечная модель теплопередачи

Решение

$$Q_{t_1} = K\,F_1\left(t_1 - t'_{2к}\right) = m_2\,c_2\left(t'_{2к} - t_{2н}\right) \tag{29.1}$$

$$Q_{t_2} = K\,F_2\left(t_1 - t_{2к}\right) = m_2\,c_2\left(t_{2к} - t'_{2к}\right) \tag{29.2}$$

$F_1 = F_2$, $F = F_1 + F_2$.

$$Q_t = Q_{t_1} + Q_{t_2} = \frac{K\,F}{2}\left(t_1 - t'_{2к} + t_1 - t_{2к}\right) = K\,F\left(t_1 - \frac{t'_{2к} + t_{2к}}{2}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \Delta t_{ср} = t_1 - \frac{t'_{2к} + t_{2к}}{2}.$$

Из выражений (29.1) и (29.2) получаем:

$$\frac{t_1 - t'_{2к}}{t_1 - t_{2к}} = \frac{t'_{2к} - t_{2н}}{t_{2к} - t'_{2к}} \quad \Rightarrow \quad t'_{2к} = t_1 - \sqrt{t_1^{\,2} - t_1\left(t_{2н} + t_{2к}\right) + t_{2к}\,t_{2н}}\,.$$

Задание 30

Жидкость непрерывно нагревается в теплообменнике глухим насыщенным паром с температурой t_1, причем конденсат пара отводится при температуре конденсации. Начальная и конечная температуры жидкости: $t_{2н}$ и $t_{2к}$. Жидкость течет по модели идеального вытеснения. Тепловыми потерями пренебречь. Получить формулу для определения средней разности температур теплоносителей при условии постоянства коэффициента теплопередачи K и теплоемкости жидкости c_2.

Решение

Движущая сила: $\Delta t = t_1 - t_2 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}\,\Delta t = -\mathrm{d}t_2$.

Тепловой поток через поверхность dF:

$$\mathrm{d}Q_\mathrm{t} = m_2\, c_2\, \mathrm{d}t_2 = -m_2\, c_2\, \mathrm{d}\,\Delta t = K\, \Delta t\, \mathrm{d}F \quad \Rightarrow$$

$$\mathrm{d}F = -\frac{m_2\, c_2}{K}\frac{\mathrm{d}\,\Delta t}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{m_2\, c_2}{K}\int\limits_{\Delta t_\mathrm{М}}^{\Delta t_\mathrm{Б}} \frac{\mathrm{d}\,\Delta t}{\Delta t} = \frac{m_2\, c_2}{K}\ln\frac{\Delta t_\mathrm{Б}}{\Delta t_\mathrm{М}},$$

где $\Delta t_Б = t_1 - t_{2н}$ и $\Delta t_М = t_1 - t_{2к}$ – большая и меньшая движущая силы.

$$\Delta t_\mathrm{ср} = \frac{1}{F}\int\limits_0^F \Delta t\, \mathrm{d}F = \frac{m_2\, c_2}{F\, K}\int\limits_{\Delta t_\mathrm{Б}}^{\Delta t_\mathrm{М}} \frac{\Delta t\, \mathrm{d}\,\Delta t}{\Delta t} = \frac{m_2\, c_2\, K}{m_2\, c_2\, K}\frac{\left(\Delta t_\mathrm{Б} - \Delta t_\mathrm{М}\right)}{\ln\dfrac{\Delta t_\mathrm{Б}}{\Delta t_\mathrm{М}}} = \frac{\Delta t_\mathrm{Б} - \Delta t_\mathrm{М}}{\ln\dfrac{\Delta t_\mathrm{Б}}{\Delta t_\mathrm{М}}}.$$

Задание 31

Жидкость в количестве m_2 периодически нагревается в аппарате с мешалкой, снабженном рубашкой. В рубашку подается насыщенный пар с температурой t_1. В начальный момент времени температура нагреваемой жидкости $t_{2н}$. Заданы также: поверхность теплопередачи F, коэффициент теплопередачи K, удельная теплота конденсации пара r_1, теплоемкость жидкости c_2 (K, r_1 и c_2 принимаются постоянными). Найти зависимость температуры нагреваемой жидкости от времени нагрева, считая, что движение жидкости соответствует модели идеального смешения. Найдите также массу поданного греющего пара для времени τ и расход греющего пара для времени τ.

Решение

$$Q_\mathrm{t} = \frac{\mathrm{d}\left(m_2\, c_2\, t_2\right)}{\mathrm{d}\tau} = K\, F\left(t_1 - t_2\right).$$

$$\frac{m_2\,c_2}{K\,F}=\int\limits_{t_{2\text{н}}}^{t_2}\frac{\mathrm{d}\,t_2}{t_1-t_2}=\int\limits_0^{\tau}\mathrm{d}\tau \quad\Rightarrow\quad \ln\frac{t_1-t_2}{t_1-t_{2\text{н}}}=-\tau\frac{K\,F}{m_2\,c_2}.$$

$$t_1-t_2=\left(t_1-t_{2\text{н}}\right)\exp\left(-\tau\frac{K\,F}{m_2\,c_2}\right)\quad\Rightarrow\quad t_2=t_1-\left(t_1-t_{2\text{н}}\right)\exp\left(-\tau\frac{K\,F}{m_2\,c_2}\right).$$

Масса поданного пара $m_1=\dfrac{m_2\,c_2\left(t_2-t_{2\text{н}}\right)}{r_1}$, расход пара $\dfrac{\mathrm{d}m_1}{\mathrm{d}\tau}=\dfrac{K\,F\left(t_1-t_2\right)}{r_1}$.

Задание 32

Вода периодически нагревается острым водяным паром в аппарате с мешалкой. При нагреве объем воды V сохраняется постоянным за счет частичного стока воды вместе с конденсатом. Плотность воды ρ и ее теплоемкость c во время нагрева считать постоянными. Заданы также расход пара m_1, его удельная теплота конденсации r, теплоемкость конденсата c, принимаемая равной теплоемкости воды, и температура пара t_1. Потерями тепла в окружающую среду пренебречь. Найти зависимость температуры воды от времени, если начальная температура воды $t_{2\text{н}}$.

Решение

$$Q_{\mathrm{t}}=\frac{\mathrm{d}\left(V\,\rho\,c\,t_2\right)}{\mathrm{d}\tau}=m_1\left(r_1+c\,t_1\right)-m_1\,c\,t_2.$$

$$\frac{V\,\rho\,c}{m_1\,c}\int\limits_{t_{2\text{н}}}^{t_2}\frac{\mathrm{d}\,t_2}{\dfrac{r_1+c\,t_1}{c}-t_2}=\int\limits_0^{\tau}\mathrm{d}\tau\quad\Rightarrow\quad\frac{\dfrac{r_1+c\,t_1}{c}-t_2}{\dfrac{r_1+c\,t_1}{c}-t_{2\text{н}}}=\exp\left(\frac{-m_1\,\tau}{V\,\rho}\right)\quad\Rightarrow$$

$$t_2=\frac{r_1+c\,t_1}{c}-\left(\frac{r_1+c\,t_1}{c}-t_{2\text{н}}\right)\exp\left(\frac{-m_1\,\tau}{V\,\rho}\right).$$

Задание 33

Жидкость, имеющая массу m_1 и находящаяся в аппарате с мешалкой, нестационарно охлаждается за счет потерь тепла от стенок аппарата в окружающую среду. Термическим сопротивлением при теплоотдаче от жидкости к внутренней поверхности стенок аппарата, а также термическим сопротивлением стенки пренебречь. Коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности стенки к окружающему воздуху определяется по формуле $\alpha_2 = a + b\,(t_{\text{ст}} - t_2)$, где a и b – константы, $t_{\text{ст}}$ – температура внешней поверхности стенки, t_2 – постоянная температура окружающего воздуха. Начальная температура жидкости в аппарате $t_{1н}$, поверхность теплопередачи F, теплоемкость жидкости считать постоянной и равной c_1. Найти время охлаждения жидкости до конечной температуры $t_{1к}$, при отсутствии притока тепла в аппарат.

Решение

$$Q_t = -\frac{\mathrm{d}\left(m_1\, c_1\, t_1\right)}{\mathrm{d}\tau} = \alpha_2\left(t_{ст} - t_2\right)F\,.$$

Ввиду того, что $\dfrac{1}{\alpha_2} \gg \dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta_{ст}}{\lambda_{ст}}$, $t_{ст} = t_1$, где $\delta_{ст}$ – толщина станки, $\lambda_{ст}$ – теплопроводность стенки.

Тогда $-m_1\, c_1 \dfrac{\mathrm{d}t_1}{\mathrm{d}\tau} = \left[a + b\left(t_1 - t_2\right)\right]\left(t_1 - t_2\right)F$. Обозначим $\theta = t_1 - t_2$.

$$\mathrm{d}\tau = -\frac{m_1\, c_1}{F}\frac{\mathrm{d}\theta}{a\,\theta + b\,\theta^2} \quad \Rightarrow \quad \tau = -\frac{m_1\, c_1}{F\, a}\ln\frac{\theta_к\left(a + b\,\theta_н\right)}{\left(a + b\,\theta_к\right)\theta_н}.$$

Задание 34

В кожухотрубном испарителе насыщенный греющий пар непрерывно конденсируется в межтрубном пространстве, а в трубах кипит жидкость. Температура конденсации пара t_1 и температура кипения жидкости t_2 постоянны. Коэффициент теплоотдачи от пара к внешним поверхностям стенок труб выражается формулой $\alpha_1 = A\left(t_1 - t_{ст1}\right)^{-1/4}$; коэффициент теплоотдачи от внутренних поверхностей стенок труб к кипящей жидкости $\alpha_2 = C\, q^n = C^{\frac{1}{1-n}}\left(t_{ст2} - t_2\right)^{\frac{n}{1-n}}$, где A, C и n – известные величины; $t_{ст1}$ и $t_{ст2}$ – температуры внешних и внутренних поверхностей стенок труб. На основе данной информации, а также суммы термических сопротивления стенок и их загрязнений Σr_i, составить уравнение для определения коэффициента теплопередачи в испарителе.

Решение

Плотность теплового потока:

$$q = \alpha_1\left(t_1 - t_{ст1}\right) = A\left(t_1 - t_{ст1}\right)^{3/4} = K\,\Delta t\,, \tag{34.1}$$

где $\Delta t = t_1 - t_2$;

$$q = \frac{1}{\Sigma r_i}\left(t_{\text{ст}1} - t_{\text{ст}2}\right) = K\ \Delta t\,; \qquad (34.2)$$

$$q = \alpha_2\left(t_{\text{ст}2} - t_2\right) = C^{\frac{1}{1-n}}\left(t_{\text{ст}2} - t_2\right)^{\frac{1}{1-n}} = K\ \Delta t\,. \qquad (34.3)$$

Из (34.1) следует: $t_1 - t_{\text{ст}1} = \left(\dfrac{K}{A}\right)^{\frac{4}{3}} \Delta t^{\frac{4}{3}}$,

из (34.2) следует: $t_{\text{ст}1} - t_{\text{ст}2} = K\ \Sigma r_i\ \Delta t$,

из (34.3) следует: $t_{\text{ст}2} - t_2 = \dfrac{\left(K\ \Delta t\right)^{1-n}}{C}$.

Сумма левых и правых частей уравнений приводит к следующему нелинейному уравнению: $\left(\dfrac{K}{A}\right)^{\frac{4}{3}} \Delta t^{\frac{1}{3}} + \Sigma r_i\ K + \dfrac{K^{1-n}\Delta t^{-n}}{C} = 1$.

Задание 35

В теплообменнике стационарный перенос тепла может быть осуществлен при прямотоке или противотоке жидких теплоносителей, имеющих следующие начальные и конечные температуры: $t_{1\text{н}}$, $t_{1\text{к}}$ (горячий теплоноситель); $t_{2\text{н}}$, $t_{2\text{к}}$ (холодный теплоноситель). Жидкости текут по модели идеального вытеснения.

1) Показать, что при прямотоке конечные температуры теплоносителей могут сравняться только при бесконечной поверхности теплопередачи ($t_{2\text{к}} \to t_{1\text{к}}$, $F \to \infty$).

2) Показать, что в случае противотока при равенстве движущих сил на входе в теплообменник и выходе из него средняя движущая сила $\Delta t_{\text{ср}} = \Delta t_1 = \Delta t_2$, где $\Delta t_1 = t_{1\text{н}} - t_{2\text{к}}$, $\Delta t_2 = t_{1\text{к}} - t_{2\text{н}}$.

Решение

$$1)\ \Delta t_{\text{ср}} = \lim_{t_{2\text{к}} \to t_{1\text{к}}}\left[\frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln\left(\Delta t_1/\Delta t_2\right)}\right] = \lim_{t_{2\text{к}} \to t_{1\text{к}}}\left[\frac{\left(t_{1\text{н}} - t_{2\text{н}}\right) - \left(t_{1\text{к}} - t_{2\text{к}}\right)}{\ln\dfrac{t_{1\text{н}} - t_{2\text{н}}}{t_{1\text{к}} - t_{2\text{к}}}}\right] = \frac{t_{1\text{н}} - t_{2\text{н}}}{\ln\dfrac{t_{1\text{н}} - t_{2\text{н}}}{0}} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \lim_{\Delta t_{\text{ср}} \to 0} F = \frac{Q_{\text{t}}}{K\,\Delta t_{\text{ср}}} = \infty .$$

2) $\Delta t_1 = \Delta t_2$; $\Delta t_{\text{ср}} = \dfrac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln\left(\Delta t_1 / \Delta t_2\right)} = \dfrac{0}{0}$.

Раскроем неопределенность:

$$\Delta t_{\text{ср}} = \lim_{x \to \Delta t_2} \left[\frac{x - \Delta t_2}{\ln\left(x/\Delta t_2\right)} \right] = \lim_{x \to \Delta t_2} \left[\frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x - \Delta t_2\right)}{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\ln \frac{x}{\Delta t_2}\right)} \right] = \Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta t_{\text{ср}} = \Delta t_2 = \Delta t_1 .$$

Задание 36

В прямоточной многокорпусной выпарной установке задана общая полезная разность температур, равная разности температуры пара, греющего первый корпус, и температуры пара в конденсаторе, за вычетом температурных потерь во всех корпусах. Общая полезная разность температур также равна сумме полезных разностей температур корпусов $\sum_{1}^{n} \Delta t_{\text{пол}\,i}$. Полезная разность температур корпуса равна разности температуры греющего пара и температуры кипения раствора в корпусе. Найти полезную разность температур в произвольно выбранном корпусе в двух случаях:

1) одинаковые поверхности теплопередачи всех корпусов;

2) выпарная установка двухкорпусная, общая полезная разность температур так распределена по корпусам, что сумма поверхностей теплопередачи двух корпусов минимальна.

Решение

1) $F_i = F_1 = \ldots = F_n$.

По уравнению теплопередачи: $\sum_{1}^{n} \Delta t_{\text{пол}\,i} = \dfrac{1}{F_i}\left(\dfrac{Q_1}{K_1} + \dfrac{Q_2}{K_2} + \ldots + \dfrac{Q_n}{K_n}\right) = \dfrac{1}{F_i}\sum_{1}^{n}\dfrac{Q_i}{K_i}$.

$$\Delta t_{\text{пол}\,j} = \frac{1}{F_i}\frac{Q_j}{K_j} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_{\text{пол}\,j} = \sum_{1}^{n} \Delta t_{\text{пол}\,i}\,\frac{Q_j / K_j}{\sum_{1}^{n} Q_i / K_i} .$$

2) $\min\left(F_1+F_2\right)$.

$$F_1+F_2=\frac{Q_1}{K_1\,\Delta t_{\text{пол}\,1}}+\frac{Q_2}{K_2\left(\sum\limits_1^2 \Delta t_{\text{пол}\,i}-\Delta t_{\text{пол}\,1}\right)}.$$

$$\frac{\mathrm{d}\left(F_1+F_2\right)}{\mathrm{d}\left(\Delta t_{\text{пол}\,1}\right)}=-\frac{Q_1}{K_1\,\Delta t_{\text{пол}\,1}^2}+\frac{Q_2}{K_2\left(\sum\limits_1^2 \Delta t_{\text{пол}\,i}-\Delta t_{\text{пол}\,1}\right)^2}=0.$$

$$\frac{\Delta t_{\text{пол}\,1}}{\Delta t_{\text{пол}\,2}}=\frac{\sqrt{Q_1/K_1}}{\sqrt{Q_2/K_2}} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta t_{\text{пол}\,1}+\Delta t_{\text{пол}\,2}}{\Delta t_{\text{пол}\,2}}=\frac{\sqrt{Q_1/K_1}+\sqrt{Q_2/K_2}}{\sqrt{Q_2/K_2}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \Delta t_{\text{пол}\,2}=\sum_1^2 \Delta t_{\text{пол}\,i}\frac{\sqrt{Q_2/K_2}}{\sum\limits_1^2 Q_i/K_i},\ \Delta t_{\text{пол}\,1}=\sum_1^2 \Delta t_{\text{пол}\,i}\frac{\sqrt{Q_1/K_1}}{\sum\limits_1^2 Q_i/K_i}.$$

Задание 37

Металлическая сфера радиусом R с начальной температурой t_0 в нулевой момент времени помещена в воздушную среду. Скорость переноса тепла внутри сферы настолько превышает скорость теплоотдачи от сферы к воздуху, что в любой момент времени температуру во всех точках сферы можно считать одинаковой (это соответствует значению критерия Био близком к нулю). Известные плотность металла ρ, его теплоемкость c, коэффициент теплоотдачи α от сферы к воздуху и температуру воздуха вдали от сферы t_2 считать постоянными. Найти зависимость температуры сферы от времени.

Решение

Тепловой поток:

$$Q_{\text{t}}=-\frac{\mathrm{d}\left(\rho\,V\,c\,t\right)}{\mathrm{d}\tau}=\alpha\left(t-t_2\right)F.$$

$$-\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau}=\frac{\alpha\,F}{\rho\,V\,c}\left(t-t_2\right) \quad \Rightarrow \quad -\int_{t_0}^{t}\frac{\mathrm{d}t}{t-t_2}=\int_0^{\tau}\frac{3\,\alpha\,\mathrm{d}\tau}{R\,\rho\,c} \quad \Rightarrow \quad \ln\frac{t-t_2}{t_0-t_2}=-\frac{3\,\alpha\,\tau}{R\,\rho\,c} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{t-t_2}{t_0-t_2}=\exp\left(-\frac{3\,\alpha\,\tau}{R\,\rho\,c}\right),\ t=t_2+\left(t_0-t_2\right)\exp\left(-\frac{3\,\alpha\,\tau}{R\,\rho\,c}\right).$$

Задание 38

В кожухотрубном испарителе насыщенный греющий водяной пар с температурой t_1 непрерывно подается в межтрубное пространство. Обечайка испарителя покрыта слоем изоляции с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{из}$. Тепловому потоку, теряемому испарителем в окружающую среду, препятствуют: 1) термическое сопротивление при конденсации пара на внутренней стороне обечайки; 2) термическое сопротивление металлической стенки испарителя, 3) термическое сопротивление изоляции; 4) термическое сопротивление при теплоотдаче к окружающему воздуху. Первыми двумя термическими сопротивлениями, ввиду их малой величины, можно пренебречь. Тогда температура внешней стенки обечайки $t_{ст}$ будет равна температуре пара. Коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности изоляции к окружающему воздуху: $\alpha = a + b\,(t_{ст2} - t_2)$, где a и b – константы, $t_{ст2}$ – температура внешней поверхности стенки, t_2 – температура окружающего воздуха. Заданы: плотность теплового потока q, а также a, b, t_1, t_2, $\lambda_{из}$. Определить толщину слоя изоляции считая стенку обечайки плоской.

Решение

Из уравнения $q = \left[a + b\left(t_{ст2} - t_2\right)\right]\left(t_{ст2} - t_2\right)$ найдем $\Delta t = t_{ст2} - t_2$

$$\Delta t = -\frac{a}{2\,b} + \sqrt{\frac{a^2}{4\,b^2} + \frac{q}{b}}\,.$$

Запишем плотность теплового потока через изоляцию и через пограничный слой со стороны воздуха:

$$q = \frac{\lambda_{из}}{\delta_{из}}\left(t_1 - t_{ст2}\right),\; q = \left[a + b\left(t_{ст2} - t_2\right)\right]\left(t_{ст2} - t_2\right),$$

выразим из этих уравнений движущие силы:

$$t_1 - t_{ст2} = q\,\frac{\delta_{из}}{\lambda_{из}}\,,$$

$$t_{ст2} - t_2 = \frac{q}{a + b\left(t_{ст2} - t_2\right)} = \frac{q}{\dfrac{a}{2} + \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + q\,b}}\,.$$

Найдем сумму левых и правых частей уравнений:

$$t_1 - t_2 = q\left[\frac{\delta_{из}}{\lambda_{из}} + \left(\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + q\,b}\right)^{-1}\right] \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \delta_{из} = \left[\frac{t_1 - t_2}{q} - \left(\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + q\,b}\right)^{-1}\right]\lambda_{из}$$

или $$\frac{\lambda_{из}}{\delta_{из}}\left(t_1 - t_2 + \frac{a}{2\,b} - \sqrt{\frac{a^2}{4\,b^2} + \frac{q}{b}}\right) = q \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \delta_{из} = \left[t_1 - t_2 + \frac{a}{2\,b} - \sqrt{\frac{a^2}{4\,b^2} + \frac{q}{b}}\right]\frac{\lambda_{из}}{q}.$$

Задание 39

Твердая сферическая частица (рис. 39.1) диаметром d растворяется в настолько большом неподвижном объеме жидкости, что протяженность среды можно считать бесконечной. Можно считать диаметр частицы приблизительно постоянным после установления стационарного режима диффузии растворенного вещества в жидкости. Концентрацию растворенного вещества у поверхности частицы C_n (кмоль/м^3), коэффициент диффузии D, концентрацию в бесконечности C_∞ и мольный поток вещества от частицы m считать постоянными. Определите коэффициент массоотдачи β_C.

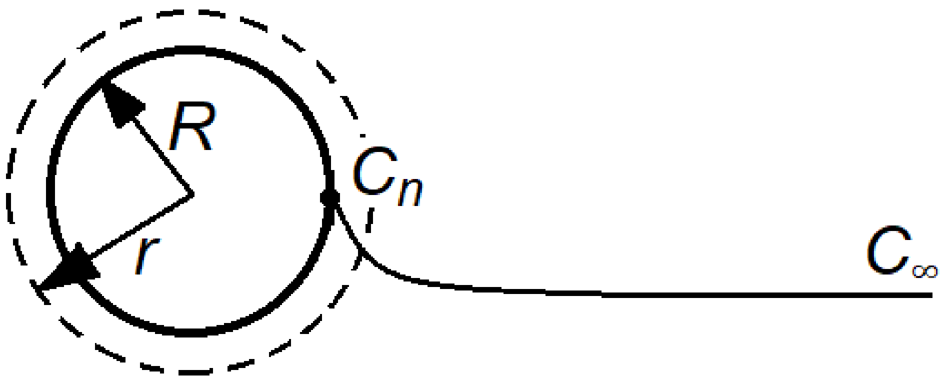

Рис. 39.1. Растворение твердой частицы

Решение

Поток массы: $j = -D \dfrac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}r} 4\,\pi\, r^2 = m \quad \Rightarrow$

$$\int\limits_{C_n}^{C_\infty} \mathrm{d}C = -\frac{m}{D\,4\,\pi} \int\limits_{R}^{\infty} \frac{\mathrm{d}r}{r^2} \quad \Rightarrow \quad C_{\text{п}} - C_\infty = \frac{m}{D\,4\,\pi} \frac{1}{r} \bigg|_{\infty}^{R} = \frac{m}{D\,4\,\pi\, R}.$$

По уравнения массоотдачи: $\beta_C \left(C_n - C_\infty \right) 4\,\pi\, R^2 = m$, откуда находим:

$$C_0 - C_\infty = \frac{\beta_C \left(C_{\text{п}} - C_\infty \right) 4\,\pi\, R^2}{D\,4\,\pi\, R} \quad \Rightarrow \quad \frac{\beta_C\, R}{D} = 1 \quad \Rightarrow \quad \beta_C = \frac{D}{R}.$$

Задание 40

В насадочном абсорбере концентрация в жидкой фазе меняется от $X_{\text{н}}$ до $X_{\text{к}}$. Равновесия фаз задано уравнением $X^* = f\left(Y\right)$ или в другой форме $f\left(Y\right) = X^*\left(Y\right)$. Известны: коэффициент массопередачи $K_{\text{х}}$, удельная эффективная поверхность контакта фаз $a_{\text{эф}}$, расход абсорбента, площадь поперечного сечения колонны S. Найти высоту насадочной части колонны, выраженную через число единиц переноса. Показать, что при минимальном расходе поглотителя высота колонны бесконечно велика.

Решение

Число единиц переноса: $n_{\text{Ох}} = \displaystyle\int\limits_{X_{\text{Н}}}^{X_{\text{К}}} \frac{\mathrm{d}X}{X^*\left(Y\right) - X} = \frac{K_{\text{х}}\, F}{L}$.

Поверхность массопередачи можно выразить через объем насадки (S, H) и эффективную удельную поверхность $a_{\text{эф}}$: $F = S\, H\, a_{\text{эф}}$.

Тогда получим: $\dfrac{H\, S\, a_{\text{эф}}\, K_{\text{х}}}{L} = n_{\text{Ох}}$, $H = \dfrac{\mathrm{L}}{S\, a_{\text{эф}}\, K_{\text{х}}} n_{\text{Ох}}$.

Минимальный расход абсорбента определяется формулой:

$$L_{\min} = \frac{L\left(X_{\text{к}} - X_{\text{н}} \right)}{X^*\left(Y_{\text{н}}\right) - X_{\text{н}}}.$$

Тогда интеграл $\displaystyle\int\limits_{X_{\text{Н}}}^{X_{\text{к}}} \frac{\mathrm{d}X}{X^*\left(Y\right) - X}$ в точке $X = X_{\text{к}}$ становится бесконечно большим, и высота насадки при $L = L_{\min}$ также становится равной бесконечности.

Задание 41

По внутренней стенке вертикальной трубы пленкой стекает этанол. Противотоком подается воздух, чистый на входе. Температуру поверхности жидкости принять постоянной. Массовый поток этанола в воздух выражается уравнением массоотдачи. Движущая сила массоотдачи имеет размерность кг этанола/кг воздуха. Заданы следующие параметры: давление в трубе p, давление насыщенного пара этанола $p_{\text{н}}$, конечная концентрация этанола в воздухе $\overline{Y}_{\text{к}}$.

Найти выражение для зависимости от заданных параметров средней движущей силы процесса массоотдачи при испарении этанола в воздух.

Решение

Массовый поток этанола в воздух от всей поверхности пленки F:

$$j = G\left(\overline{Y}_{\text{к}} - \overline{Y}_{\text{н}}\right) = \beta_{\text{у}}\,\Delta\overline{Y}_{\text{ср}} \cdot F\,. \tag{41.1}$$

Массовый поток от поверхности dF:

$$\mathrm{d}\,j = G\,\mathrm{d}\overline{Y} = \beta_{\text{у}}\left(\overline{Y}* - \overline{Y}\right)\cdot \mathrm{d}\,F \quad \Rightarrow \quad F = \frac{G}{\beta_{\text{у}}}\int\limits_{\overline{Y}_{\text{н}}}^{\overline{Y}_{\text{к}}} \frac{\mathrm{d}\,Y}{\overline{Y}* - \overline{Y}} = \frac{G}{\beta_{\text{у}}}\ln\frac{\overline{Y}* - \overline{Y}_{\text{н}}}{\overline{Y}* - \overline{Y}_{\text{к}}}\,. \tag{41.2}$$

Из (41.1) и (41.2):

$$\Delta\overline{Y}_{\text{ср}} = \frac{\left(\overline{Y}* - \overline{Y}_{\text{н}}\right) - \left(\overline{Y}* - \overline{Y}_{\text{к}}\right)}{\ln\dfrac{\overline{Y}* - \overline{Y}_{\text{н}}}{\overline{Y}* - \overline{Y}_{\text{к}}}}\,.$$

Равновесная концентрация этанола в воздухе:

$$\overline{Y}* = \frac{p_{\text{н}}}{p - p_{\text{н}}}\frac{M_{\text{эт}}}{M_{\text{возд}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\overline{Y}* - \overline{Y}_{\text{н}}}{\overline{Y}* - \overline{Y}_{\text{к}}} = \frac{p_{\text{н}}\frac{M_{\text{эт}}}{M_{\text{возд}}} - \overline{Y}_{\text{н}}\left(p - p_{\text{н}}\right)}{p_{\text{н}}\frac{M_{\text{эт}}}{M_{\text{возд}}} - \overline{Y}_{\text{к}}\left(p - p_{\text{н}}\right)}\,.$$

При $\overline{Y}_{\text{н}} = 0$:

$$\Delta\overline{Y}_{\text{ср}} = \frac{\overline{Y}_{\text{к}}}{\ln\dfrac{p_{\text{н}}\frac{M_{\text{эт}}}{M_{\text{возд}}}}{p_{\text{н}}\frac{M_{\text{эт}}}{M_{\text{возд}}} - \overline{Y}_{\text{к}}\left(p - p_{\text{н}}\right)}}\,.$$

Задание 42

Производится периодическая простая перегонка смеси этанол–вода. Исходные данные для расчета включают: количество питания F (кмоль), концентрацию этанола в питании x_{F} и в кубовом остатке x_{W} (в конце перегонки). Равновесную зависимость в системе этанол–вода в широком интервале концентраций жидкой фазы (15–70 мол. %) можно описать линейной зависимостью: $y^*(x) = a\,x + b$. Определить количество кубового остатка W, количество дистиллята D и среднюю концентрацию дистиллята $x_{\text{D ср}}$, считая равновесную зависимость линейной.

Решение

За время dτ образуется dG паров, за счет испарения dL жидкости, причем dG = – dL.

Так как принимается, что простая перегонка – процесс равновесный, получим материальный баланс по легколетучему компоненту

$y^*(x)\,\mathrm{d}G = -\mathrm{d}(L\,x)$ или $-y^*(x)\,\mathrm{d}L = -L\,\mathrm{d}x - x\,\mathrm{d}L$

Отсюда следует:

$$\int_F^W \frac{\mathrm{d}L}{L} = \int_{x_\mathrm{F}}^{x_\mathrm{W}} \frac{\mathrm{d}x}{y^*(x) - x} \quad \Rightarrow \quad \int_W^F \frac{\mathrm{d}L}{L} = \int_{x_\mathrm{W}}^{x_\mathrm{F}} \frac{\mathrm{d}x}{a\,x + b - x}.$$

$$\ln\frac{F}{W} = \int_{x_\mathrm{W}}^{x_\mathrm{F}} \frac{\mathrm{d}x}{b - (1-a)x} = \frac{-1}{1-a}\ln\frac{b-(1-a)x_\mathrm{F}}{b-(1-a)x_\mathrm{W}}.$$

$$\frac{F}{W} = \left[\frac{b - a(1-a)x_\mathrm{F}}{b - a(1-a)x_\mathrm{W}}\right]^{\frac{-1}{1-a}} \quad \Rightarrow \quad W = F\left[\frac{b-(1-a)x_\mathrm{F}}{b-(1-a)x_\mathrm{W}}\right]^{\frac{1}{1-a}}.$$

$$D = F - W\,, \ x_{\text{D ср}} = \frac{F\,x_\mathrm{F} - W\,x_\mathrm{W}}{D}.$$

Задание 43

В ректификационной колонне, работающей при бесконечном флегмовом числе, равновесие фаз можно с достаточной точностью описать следующим уравнением:

$$y^* = \frac{\alpha\,x}{(1-\alpha)\,x + 1},$$

где α – средняя относительная летучесть по колонне.

Получите в общем виде уравнение, связывающее концентрации легколетучего компонента в паре до и после каждой теоретической тарелки такой колонны.

Решение

Уравнение рабочей линии для всей колонны при $R = \infty$:

$$y_{n-1} = x_n\,. \tag{43.1}$$

Концентрации фаз на выходе с теоретической тарелки связаны равновесной зависимостью:

$$y_n = \frac{\alpha\, x_n}{(\alpha-1)\, x_n + 1}\,. \tag{43.2}$$

Из уравнений (43.1) и (43.2) получим:

$$y_n = \frac{\alpha\, y_{n-1}}{(\alpha-1)\, y_{n-1} + 1} \quad \Rightarrow \quad y_n \cdot y_{n-1} + \frac{1}{\alpha-1} y_n - \frac{\alpha}{\alpha-1} y_{n-1} = 0\,.$$

Задание 44

В ректификационной колонне, работающей при бесконечном флегмовом числе концентрации легколетучего компонента в паре до и после каждой теоретической тарелки связаны следующим уравнением

$$y_n \cdot y_{n-1} + a\, y_n - b\, y_{n-1} = 0 \tag{44.1}$$

где $a = \dfrac{1}{\alpha-1}$, $b = -\dfrac{\alpha}{\alpha-1}$, α – средняя по колонне относительная летучесть.

Уравнение (44.1) имеет следующее решение

$$y_n = \delta + \left[k \left(-\frac{a+\delta}{b+\delta} \right)^{n} - \left(a - b + 2\delta \right)^{-1} \right]^{-1}, \tag{44.2}$$

где $\delta = -\left(a+b\right)$; k – постоянная, определяемая из граничного условия:

$$n = 1, \quad y_1 = \frac{\alpha\, x_W}{(\alpha-1)\, x_W + 1}, \tag{44.3}$$

где x_W – концентрация легколетучего компонента в кубовом остатке.

Найти выражение, определяющее число теоретических тарелок, при изменении концентрации от x_W до x_D (концентрации в дистилляте).

Решение

$$\delta = -\left(\frac{1}{\alpha-1} - \frac{\alpha}{\alpha-1} \right) = 1,$$

$$-\frac{a+\delta}{b+\delta}=-\left[\frac{\frac{1}{\alpha-1}+1}{\frac{-\alpha}{\alpha-1}+1}\right]=\alpha,$$

$$a+b+2\delta=\frac{1}{1-\alpha}-\frac{\alpha}{1-\alpha}+2=1.$$

Из уравнений (44.2) и (44.3) при n = 1 получим:

$$\frac{(\alpha-1)x_{\mathrm{W}}+1}{x_{\mathrm{W}}-1}+1=k\,\alpha \quad \Rightarrow \quad k=\frac{x_{\mathrm{W}}}{x_{\mathrm{W}}-1}.$$

При числе теоретических тарелок n ($x = x_{\mathrm{D}}$) получим

$$\frac{x_{\mathrm{D}}}{x_{\mathrm{D}}-1}=k\,\alpha^{\mathrm{n}}=\frac{x_{\mathrm{W}}}{x_{\mathrm{W}}-1}\cdot\alpha^{\mathrm{n}}.$$

$$\alpha^{\mathrm{n}}=\frac{x_{\mathrm{D}}(x_{\mathrm{W}}-1)}{(x_{\mathrm{D}}-1)x_{\mathrm{W}}} \quad \Rightarrow \quad n=\frac{\lg\left[\frac{x_{\mathrm{D}}(x_{\mathrm{W}}-1)}{(x_{\mathrm{D}}-1)x_{\mathrm{W}}}\right]}{\lg\alpha}.$$

Число n при $R = \infty$ равно минимальному числу теоретических тарелок.

Задание 45

Непрерывный процесс ректификации бинарной смеси проводится в тарельчатой колонне. Тарелки с переточными устройствами (при перекрестном движении фаз). Заданы следующие параметры: расход пара G, коэффициент массопередачи K_{y}, поверхность массопередачи на тарелке F. Пузырьки пара проходят через барботажный слой в режиме идеального вытеснения, жидкость на тарелке полностью перемешана. Получить выражение для эффективности по Мэрфри для этого случая из материального баланса для высоты слоя dH с удельной межфазовой поверхностью a. Рабочее сечение тарелки S.

Решение

$$G\,\mathrm{d}y=K_{\mathrm{y}}\left(y^*(x_n)-y\right)a\,\mathrm{d}H\,S \quad \Rightarrow \quad \int_0^H\frac{K_{\mathrm{y}}\,a\,S\,\mathrm{d}H}{G}=\int_{y_{n-1}}^{y_n}\frac{\mathrm{d}y}{y^*(x_n)-y}.$$

Отсюда следует:

$$n_{\mathrm{Oy}}=\frac{K_{\mathrm{y}}F}{G}=-\ln\left(\frac{y^*(x_{\mathrm{n}})-y_{\mathrm{n}}}{y^*(x_{\mathrm{n}})-y_{\mathrm{n-1}}}\right) \quad \Rightarrow \quad 1-\frac{y^*(x_{\mathrm{n}})-y_{\mathrm{n}}}{y^*(x_{\mathrm{n}})-y_{\mathrm{n-1}}}=1-e^{-n_{\mathrm{Oy}}}.$$

$$E_{\text{my}} = \frac{y_{\text{n}} - y_{\text{n}-1}}{y^*(x_{\text{n}}) - y_{\text{n}-1}} = 1 - e^{-n_{\text{Oy}}}.$$

Задание 46

Процесс абсорбции проводится в аппарате с мешалкой, которая при вращении диспергирует газ, образуя барботажный слой. Заданы следующие параметры: расход инертной составляющий газа G, коэффициент массопередачи K_{y}, поверхность контакта фаз F. Считать, что обе фазы в аппарате полностью перемешаны. Найти выражение для эффективности по Мэрфри E_{my} для данного случая. К чему стремится E_{my} при бесконечном увеличении поверхности контакта фаз?

Решение

Материальный баланс:

$$G\left(Y_0 - Y_1\right) = K_{\text{y}}\left(Y_1 - Y^*(X_1)\right)F.$$

$$\frac{1}{n_{\text{Oy}}} = \frac{G}{K_{\text{y}}\,F} = \frac{Y_1 - Y^*\left(X_1\right)}{Y_0 - Y_1} \quad \Rightarrow \quad 1 + \frac{1}{n_{\text{Oy}}} = \frac{Y_1 - Y^*\left(X_1\right)}{Y_0 - Y_1} + 1 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1 + n_{\text{Oy}}}{n_{\text{Oy}}} = \frac{Y_1 - Y^*\left(X_1\right) + Y_0 - Y_1}{Y_0 - Y_1} = \frac{Y_0 - Y^*\left(X_1\right)}{Y_0 - Y_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{n_{\text{Oy}}}{1 + n_{\text{Oy}}} = \frac{Y_0 - Y_1}{Y_0 - Y^*\left(X_1\right)}.$$

Приняв этот аппарат условно за тарелку под номером n, получим:

$$\frac{n_{\text{Oy}}}{1 + n_{\text{Oy}}} = \frac{Y_{n-1} - Y_n}{Y_{n-1} - Y^*\left(X_n\right)} = E_{\text{my}}.$$

$$\lim_{F \to \infty} E_{\text{my}} = \lim_{n_{\text{Oy}} \to \infty} \frac{n_{\text{Oy}}}{n_{\text{Oy}} + 1} = 1 \text{ (при F} \to \infty,\ n_{\text{Oy}} \to \infty).$$

Задание 47

При разделении бинарной смеси бензол–толуол соотношение мольных расходов питания и дистиллята $f = 2{,}6$. Тангенс угла наклона равновесной линии m находится в пределах от 0,47 до 2,25. Флегмовое число $R = 2{,}1$. Структура потоков на тарелках колонны соответствует ячеечной модели. В этом случае эффективность по Мэрфри может быть рассчитана по формуле:

$$E_{my} = \frac{L}{m\,G}\left\{\left[\frac{E_0}{s}\frac{m\,G}{L} + 1\right]^s - 1\right\},$$

где L, G – мольные расходы жидкости и пара на тарелке; E_0 – локальная эффективность (для данного случая может быть принята 0,73); s – число ячеек полного смешения.

Принять, что каждая ячейка полного смешения соответствует длине пути жидкости, равной 0,3 м. Общая длина пути жидкости на тарелке z может достигать 2,8 м (для колонн больших диаметров).

Исходя из данной информации, определить: может ли эффективность по Мэрфри E_{my} превышать 1?

Решение

Для нижней части колонны:

$$\frac{m\,G}{L}=\frac{m\left(R+1\right)}{R+f}=\frac{2,25\left(2,1+1\right)}{\left(2,1+2,6\right)}=1,484\,.$$

Для колонны большего диаметра:

$$s=\frac{2,8}{0,3}=9,3;\quad E_{my}=\frac{1}{1,484}\left\{\left[\frac{0,73}{9,3}\cdot 1,484+1\right]^{9,3}-1\right\}=1,2\,.$$

Задание 48

В тарельчатой ректификационной колонне непрерывно разделяется бинарная смесь. питание в колонну подается в виде парожидкостной смеси с долей пара e. Написать уравнение рабочей линии нижней части колонны, если также заданы следующие величины: флегмовое число R; соотношение мольных потоков питания и дистиллята f; концентрация легколетучего компонента в кубовой жидкости x_W.

Решение

Материальный баланс

$$x_n\left[P\,R+F\left(1-e\right)\right]=\left[P\left(R+1\right)-F\,e\right]y_{n-1}+\left(F-P\right)x_W \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y_{n-1}=\frac{P\,R+F\left(1-e\right)}{P\left(R+1\right)-F\,e}x_n-\frac{\left(F-P\right)x_W}{P\left(R+1\right)-F\,e}\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y_{n-1}=\frac{R+f\left(1-e\right)}{R+1-f\,e}x_n-\frac{\left(f-1\right)x_W}{R+1-f\,e}.$$

Задание 49

Проводится непрерывная ректификация бинарной смеси. Определить минимальное флегмовое число в двух случаях:

1) питание в колонну подается при температуре кипения;

2) питание парожидкостное с долей пара в питании e.

Задано уравнение равновесной кривой $y^*(x)$ и уравнение зоны ввода питания: $y = \frac{x_\text{F}}{e} - \frac{(1-e)}{e} x$, где x_F – мольная доля легколетучего компонента в питании. Минимальное флегмовое число можно определять как численное решение системы уравнений.

Решение

1) при $e = 0$ ($x = x_\text{F}$)

$$y^*(x_\text{F}) = \frac{R_\text{min}}{R_\text{min}+1} x_\text{F} + \frac{x_\text{D}}{R_\text{min}+1} \quad \Rightarrow \quad R_\text{min} = \frac{x_\text{P} - y^*(x_\text{F})}{y^*(x_\text{F}) - x_\text{F}}.$$

2) при $e > 0$ определяется точка пересечения равновесной линии и рабочей линии зоны ввода питания. Численным или аналитическим решением уравнения $y^*(x) = \frac{x_\text{F}}{e} - \frac{(1-e)}{e} x^*$ находим абсциссу точки пересечения x^*; ордината:

$$y^* = \frac{R_\text{min}}{R_\text{min}+1} x^* + \frac{x_\text{D}}{R_\text{min}+1} \quad \Rightarrow \quad R_\text{min} = \frac{x_\text{D} - y^*}{y^* - x^*}.$$

Задание 50

Производится периодическая ректификация бинарной смеси при постоянном флегмовом числе R. Подача тепла в испаритель осуществляется трубчатым электронагревателем (ТЭН), питаемым из сети с напряжением U. Удельное сопротивление нихромовой спирали электронагревателя ρ в течение процесса ректификации приближенно можно считать постоянным. Удельные мольные теплоты парообразования компонентов смеси r_1 и r_2 считать равными ($r_1 = r_2 = r$). Заданы также длина L и сечение S спирали электронагревателя. Известно также: количество питания F, выраженное в киломолях, и равновесные данные в координатах t, x^*; t – температура, x^* – концентрация легколетучего компонента в жидкости. В испарителе производится непрерывное измерение температуры жидкости t. Потерями тепла в окружающую среду пренебречь. Исходя из данной информации, найти количество образовавшегося дистиллята и его средний состав в момент времени τ, отсчитываемого после установления потока флегмы.

Решение

Мощность ТЭНа: $P = \dfrac{U^2}{R_Э}$; $R_Э = \dfrac{L}{S}\rho \quad \Rightarrow \quad P = \dfrac{U^2}{L\,\rho} S = \mathrm{const}$; $P = Q_t$

Материальный баланс за время dτ: $\mathrm{d}D = \dfrac{Q_t\,\mathrm{d}\tau}{(R+1)r}$.

Отсюда следует, что количество дистиллята равняется:

$$\int_0^{\tau} \mathrm{d}D = D = \frac{Q_t\,\tau}{(R+1)r} = \frac{U^2}{L\,\rho} S \frac{\tau}{(R+1)r}.$$

$F - D = W$ (для момента времени τ).

$F \cdot x_F = D \cdot x_{D\,ср} + W \cdot x_W$,

где x_W – концентрация легколетучего компонента в кубовом остатке, найденная по значению температуры в кубе в момент τ из равновесных данных в координатах $t - x^*$; x_F находим аналогично в начале ректификации.

Тогда получим: $x_{D\,ср} = \dfrac{F \cdot x_F - W \cdot x_W}{D}$.

Задание 51

Найти выражение для времени работы адсорбера (аппарата с мешалкой) периодического действия, если известны следующие величины: начальная и конечная концентрации поглощаемого вещества в жидкости $C_н$, $C_к$; объем жидкости в адсорбере V; масса адсорбента, введенного в аппарат m; суммарный объем жидкости и адсорбента в аппарате $V_а$; объемный коэффициент массопередачи K_{vc}. Равновесная зависимость выражается уравнением $X^*(C) = \Gamma C$, где Γ – константа. Начальная концентрация поглощаемого вещества в абсорбенте равна 0. Фазы в аппарате полностью перемешаны.

Размерность X: $\left[\dfrac{\text{кг погл. в-ва}}{\text{кг адсорбента}}\right]$; размерность C: $\left[\dfrac{\text{кг погл. в-ва}}{\text{м}^3\ \text{жидкости}}\right]$.

Решение

Поток поглощаемого вещества в адсорбент:

$$-\frac{\mathrm{d}\left(CV\right)}{\mathrm{d}\tau} = K_{\text{vc}}\left(C - C^{*}(X)\right)V_a .$$

Для произвольного времени:

$$m\left(X - X_{\text{н}}\right) = V\left(C_{\text{н}} - C\right) \quad \Rightarrow \quad X = \frac{V}{m}\left(C_{\text{н}} - C\right) + X_{\text{н}}; \quad X_{\text{н}} = 0; \quad C^{*}\left(X\right) = \frac{X}{\Gamma}.$$

Из этого следует:

$$C^{*}\left(X\right) = \frac{V}{m\,\Gamma}\left(C_{\text{н}} - C\right) = \kappa\, C_{\text{н}} - \kappa\, C; \quad \text{где} \quad \kappa = \frac{V}{m\,\Gamma}.$$

$$\int_{C_{\text{н}}}^{C_{\text{к}}} -\frac{\mathrm{d}C}{C - \frac{\kappa}{1+\kappa}C_{\text{н}}} = \left(1+\kappa\right)\frac{V_a}{V}K_{\text{vc}}\int_{0}^{\tau}\mathrm{d}\tau \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{V}{\left(1+\kappa\right)V_a\,K_{\text{vc}}}\ln\left(\frac{C_{\text{н}} - \frac{\kappa}{1+\kappa}C_{\text{н}}}{C_{\text{к}} - \frac{\kappa}{1+\kappa}C_{\text{н}}}\right).$$

2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Задание 52

Горизонтальная цилиндрическая емкость (рис. 52.1) с радиусом 1 м заполнена на 0,35 своего объема жидкостью с плотностью 900 кг/м^3. Определить показания манометра, установленного в нижней точке днища емкости. Давление над жидкостью – атмосферное. Площадь сегмента высотой h вычисляется по формуле:

$$S = \frac{R^2}{2}(\alpha - \sin\alpha).$$

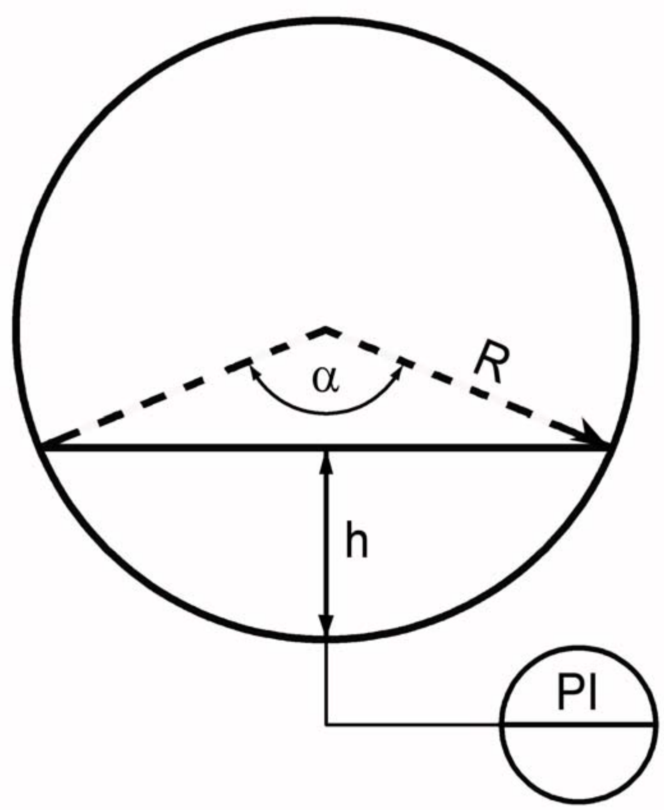

Рис. 52.1. Цилиндрическая емкость

Решение

Площадь поперечного сечения емкости, заполненной жидкостью:

$$S = \frac{R^2}{2}(\alpha - \sin\alpha) = 0{,}35\pi R^2 \Rightarrow \alpha - \sin\alpha = 1{,}1\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = 2{,}2 + \sin\alpha,$$

решая это уравнение методом простых итераций, получим

$\alpha = 152{,}5°$.

Высота h над нижней точкой днища:

$$h = R\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right) = 1\cdot\left(1-\cos\frac{152{,}5}{2}\right) = 0{,}762 \text{ м}.$$

Показание манометра:

$$p_{\text{ман}} = \rho g h = 900\cdot 9{,}81\cdot 0{,}762 = 6728 \text{ Па}.$$

Задание 53

Этиленгликоль из открытого напорного бака по трубопроводу с общей длиной 30 м подается в аппарат с атмосферным давлением (рис. 53.1). Расстояние по вертикали между уровнями жидкости в напорном баке и аппарате 1,5 м. Сумма коэффициентов местных сопротивлений трубопровода $\Sigma\xi_i = 30$. Динамический коэффициент вязкости этиленгликоля 25 мПа·с, его плотность 1115 кг/м^3. Диаметр трубопровода 25×2 мм. Определите расход этиленгликоля. Диаметры напорного бака и аппарата более чем на порядок превосходят диаметр трубопровода.

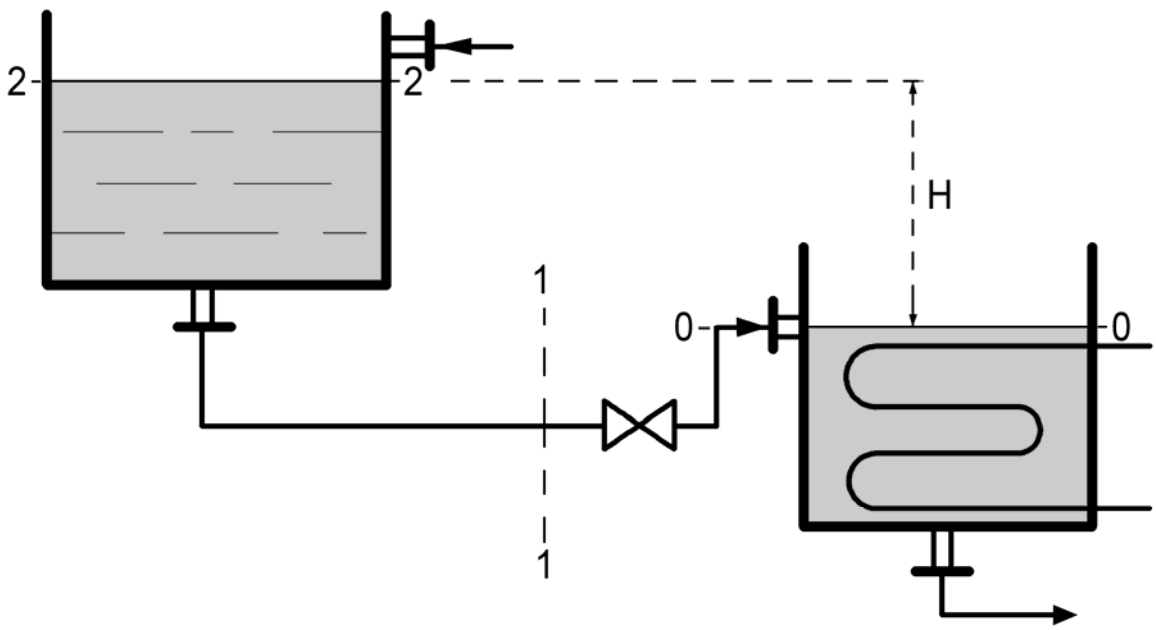

Рис. 53.1. Транспортировка этиленгликоля

Решение

Уравнение Бернулли для сечений 2 и 0:

$$\frac{w_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\rho g}+H=\frac{w_0^2}{2g}+\frac{p_0}{\rho g}+h_{\text{пот}}. \qquad (53.1)$$

Поскольку диаметры бака и аппарата велики, скорость жидкости в сечениях напорного бака и аппарата предполагается незначительной, следовательно:

$$\frac{w_2^2}{2g}\simeq 0; \quad \frac{w_0^2}{2g}\simeq 0; \quad p_2=p_0.$$

Из уравнения (53.1) получим:

$$h_{\text{пот}}=H;$$

$$h_{\text{пот}}=\left(\frac{\lambda L}{d}+\sum\xi_i\right)\frac{w_1^2}{2g},$$

где w_1 – скорость в сечении 1.

Для вязкой жидкости предполагается ламинарный режим течения:

$$\lambda=\frac{64}{\mathrm{Re}}=\frac{64\mu}{w_1 d\rho};$$

$$\left(\frac{64\mu}{w_1 d\rho}\frac{L}{d}+\sum\xi_i\right)\frac{w_1^2}{2g}=H \quad \Rightarrow$$

$$a w_1^2+b w_1-H=0,$$

где $a=\dfrac{30}{2\cdot 9{,}81}=1{,}53;$

$$b=\frac{32\mu L}{d^2\rho g}=\frac{32\cdot 0{,}025\cdot 30}{0{,}021^2\cdot 1115\cdot 9{,}81}=4{,}975;$$

$$\frac{H}{a}=\frac{1{,}5}{1{,}53}=0{,}98; \quad \frac{b}{a}=\frac{4{,}975}{1{,}53}=3{,}25.$$

Скорость в сечении 1:

$$w_1=-1{,}625+\sqrt{2{,}6406+0{,}98}=0{,}278 \text{ м/с}.$$

Расход этиленгликоля:

$$Q=0{,}278\cdot 0{,}785\cdot 0{,}021^2=9{,}62\cdot 10^{-5}\ \text{м}^3/\text{с}=0{,}346\ \text{м}^3/\text{ч}.$$

Проверка режима течения:

$$\mathrm{Re} = \frac{0,278 \cdot 1115 \cdot 0,021}{0,025} = 260,4$$ – режим ламинарный.

Задание 54

Вязкая жидкость течет по горизонтальному трубопроводу с переменным сечением (рис. 54.1). Скорость жидкости в первом сечении 0,3 м/с. Диаметры первого, второго и третьего сечений соответственно равны 25 мм, 20 мм и 30 мм. Избыточное давление в центре первого сечения 0,1 кгс/см^2. Ось второго сечения на 2 м ниже оси первого сечения. Ось третьего сечения на 0,1 м выше оси первого сечения. Потери напора между вторым и третьим сечениями 0,3 м; между первым и вторым сечениями 0,2 м. Определить расход жидкости, средние скорости во втором и третьем сечениях, избыточные давления и скорости в центре этих сечений. Режим течения – ламинарный. Расчеты сделать с учетом и без учета коэффициентов Кориолиса. Плотность жидкости ρ = 1200 кг/м^3.

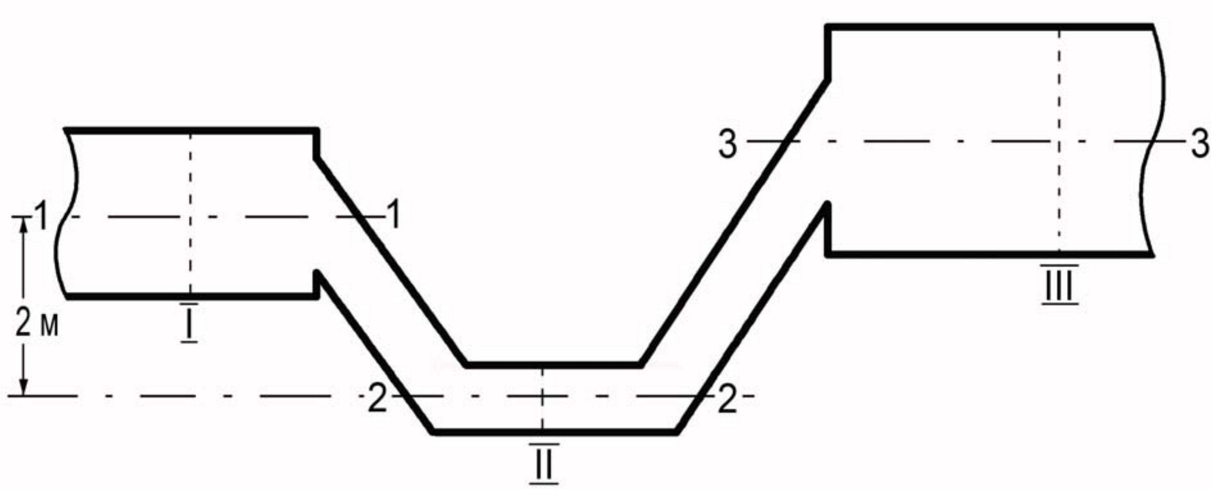

Рис. 54.1. Трубопровод с переменным сечением

Решение

Средние скорости:

$$w_2 = w_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = 0,3 \left(\frac{0,025}{0,020} \right)^2 = 0,4692 \text{ м/с};$$

$$w_3 = w_1 \frac{d_1^2}{d_3^2} = 0,3 \left(\frac{0,025}{0,030} \right)^2 = 0,2082 \text{ м/с}.$$

Скорости по оси:

$w_{2\,\max} = 2 \cdot 0,4692 = 0,9384$ м/с; $\quad w_{3\,\max} = 2 \cdot 0,2082 = 0,4164$ м/с.

Ось отсчета – ось первого сечения.

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha w_2^2}{2g} + h_{\text{п I-II}};$$

$$\frac{p_2}{\rho g} = z_1 - z_2 + \frac{\alpha\left(w_1^2 - w_2^2\right)}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} - h_{\text{п I-II}} =$$

$$= 0 + 2 + \frac{2\left(0,3^2 - 0,4692^2\right)}{2 \cdot 9,81} + \frac{0,1 \cdot 9,81 \cdot 10^4}{9,81 \cdot 1200} - 0,2 = 2,620 \text{ м};$$

$p_2 = 2,620 \cdot 9,81 \cdot 1200 = 30\,843$ Па.

Результат без учета коэффициента Кориолиса:

$\frac{p_2}{\rho g} = 2,627;$ расхождение $0,26\,\%$.

Из уравнения для II и III сечений получим:

$$\frac{p_3}{\rho g} = z_2 - z_3 + \frac{\alpha\left(w_2^2 - w_3^2\right)}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} - h_{\text{п II-III}} =$$

$$= -2 - 0,1 + \frac{2\left(0,4692^2 - 0,2082^2\right)}{2 \cdot 9,81} + 2,62 - 0,3 = 0,2381 \text{ м}.$$

Результат без учета коэффициента Кориолиса:

$\frac{p_3}{\rho g} = 0,2357;$ расхождение $1,0\,\%$;

$p_3 = 0,2381 \cdot 9,81 \cdot 1200 = 2803$ Па.

Расход жидкости $Q = 0,3 \cdot 0,785 \cdot 0,025^2 \cdot 3600 = 0,530$ м^3/ч.

Следовательно, учет коэффициента Кориолиса не вносит существенных изменений в результат расчета даже при максимальной величине коэффициента Кориолиса.

Задание 55

По горизонтальной трубе (рис. 55.1) с диаметром 200 мм течет жидкость со скоростью 0,005 м/с. Жидкость заполняет часть сечения трубы. Расстояние от нижней точки трубы до поверхности жидкости

h = 80 мм. Определить расход жидкости и эквивалентный диаметр сечения потока. Площадь сегмента выражается формулой:

$$S = \frac{R^2}{2}(\alpha - \sin\alpha).$$

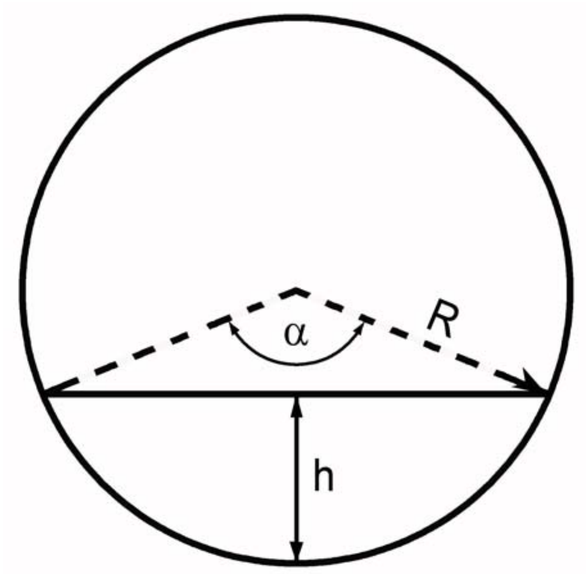

Рис. 55.1. Частично заполненная труба

Решение

Определение угла α:

$$h = R\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right);$$

$$1 - \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{80}{100} \quad \Rightarrow \quad \cos\frac{\alpha}{2} = 0,2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = 2\arccos 0,2 = 156,9261° = \frac{156,9261}{180} \cdot 3,1416 = 2,739 \text{ рад}.$$

Площадь сегмента круга:

$$S = \frac{R^2}{2}(\alpha - \sin\alpha) = \frac{0,1^2}{2}(2,739 - \sin 156,9261) = 0,0117 \text{ м}^2.$$

Расход жидкости:

$$Q = 0,0117 \cdot 0,005 = 5,85 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Смоченный периметр:

$$\Pi = R \cdot 2\pi \cdot \frac{\alpha}{2\pi} = 0,1 \cdot 2,739 = 0,274 \text{ м.}$$

Эквивалентный диаметр:

$$d_э = \frac{4S}{\Pi} = \frac{4 \cdot 0,0117}{0,274} = 0,171 \text{ м.}$$

Задание 56

Определите высоту трубы барометрического конденсатора водяного пара (рис. 56.1), используя следующие исходные данные: внутренний диаметр трубы $d = 250$ мм, расход охлаждающей воды $m_2 = 70$ кг/с, показание вакуумметра, установленного на конденсаторе $p_{вак} = 8,55 \cdot 10^4$ Па, температура воды в трубе 50 ºС, абсолютная шероховатость трубы $\Delta = 0,22$ мм.

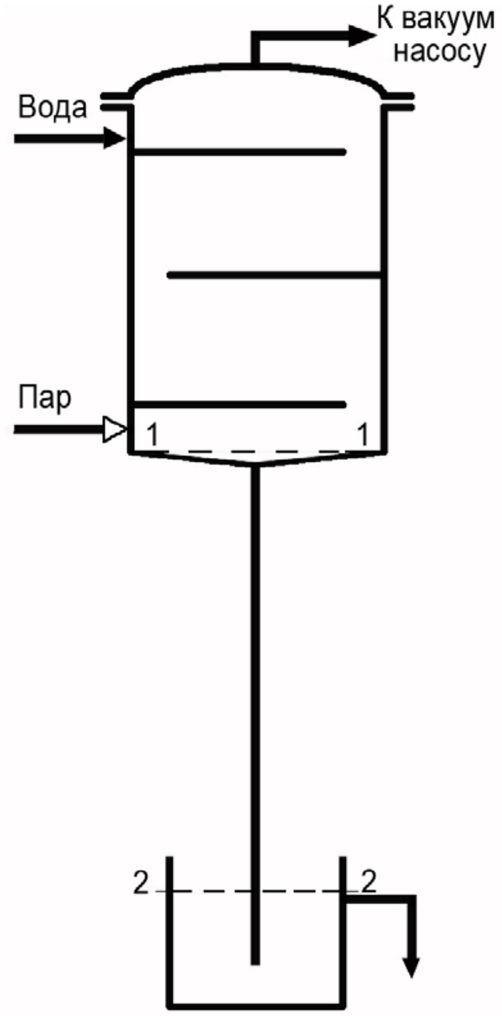

Рис. 56.1. Барометрический конденсатор

Решение

Скорость воды в трубе:

$$w_{тр} = \frac{m_2}{\rho \cdot 0,785 d^2} =$$

$$= \frac{70}{988 \cdot 0,785 \cdot 0,25^2} = 1,444 \text{ м/с.}$$

Уравнение Бернулли для сечений 1 и 2:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2 + h_{1-2};$$

$$H_{тр} = z_1 - z_2 = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + h_{1-2}.$$

Разность удельных кинетических энергий в сечениях большого диаметра мала, по сравнению с другими составляющими уравнения Бернулли:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} \approx 0.$$

Число Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = \frac{w_{\text{тр}}\, d\, \rho_2}{\mu_2} = \frac{1{,}444 \cdot 0{,}25 \cdot 998}{0{,}549 \cdot 10^{-3}} = 649\,668.$$

Относительная шероховатость:

$$e = \frac{\Delta}{d} = \frac{0{,}22}{250} = 8{,}8 \cdot 10^{-4}; \quad \frac{560}{e} = \frac{560}{8{,}8 \cdot 10^{-4}} = 636\,364;$$

$$\mathrm{Re} > \frac{560}{e} \quad \Rightarrow \quad \lambda = 0{,}11 \cdot e^{0{,}25} = 0{,}11 \cdot \left(8{,}8 \cdot 10^{-4}\right)^{0{,}25} = 0{,}0189.$$

Сумма коэффициентов местных сопротивлений (вход в трубу и выход из трубы): $\Sigma\xi = 1 + 0{,}5 = 1{,}5$.

$$h_{\text{п}} = \left(\frac{H_{\text{тр}}\,\lambda}{d} + \sum\xi\right)\frac{w_{\text{тр}}^2}{2g} = \left(\frac{H_{\text{тр}}\, 0{,}0189}{0{,}25} + 1{,}5\right)\frac{1{,}444^2}{2 \cdot 9{,}81} = H_{\text{тр}} \cdot 8{,}03 \cdot 10^{-3} + 0{,}16,$$

отсюда получим высоту трубы:

$$H_{\text{тр}} = \frac{p_{\text{атм}} - \left(p_{\text{атм}} - p_{\text{вак}}\right)}{\rho_2\, g} + h_{1-2} = \frac{8{,}55 \cdot 10^4}{988 \cdot 9{,}81} + H_{\text{тр}} \cdot 8{,}03 \cdot 10^{-3} + 0{,}16 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad H_{\text{тр}} = 9{,}05 \text{ м}.$$

Задание 57

Центробежный насос перекачивает 8 м^3/ч раствора из реактора с абсолютным давлением 800 мм рт. ст. в емкость с атмосферным давлением (рис. 57.1). Расстояние по вертикали между уровнями жидкости в емкости и реакторе 20 м. Уровень жидкости в реакторе находится на 0,5 м выше уровня оси насоса. Расстояние по вертикали от вакуумметра до манометра 0,3 м. Длина всасывающей и нагнетательной линии 25 м. Диаметр трубопроводов 48×4 мм, их шероховатость 0,4 мм. Сумма коэффициентов местных сопротивлений трубопроводов 20. Плотность и вязкость раствора $\rho = 950$ кг/м^3, $\mu = 0{,}63$ мПа$\cdot$с. Атмосферное давление 750 мм рт. ст. Потери напора во всасывающей линии 1,5 м, КПД насоса 0,64. Определите напор насоса, его мощность на валу, показания вакуумметра и манометра.

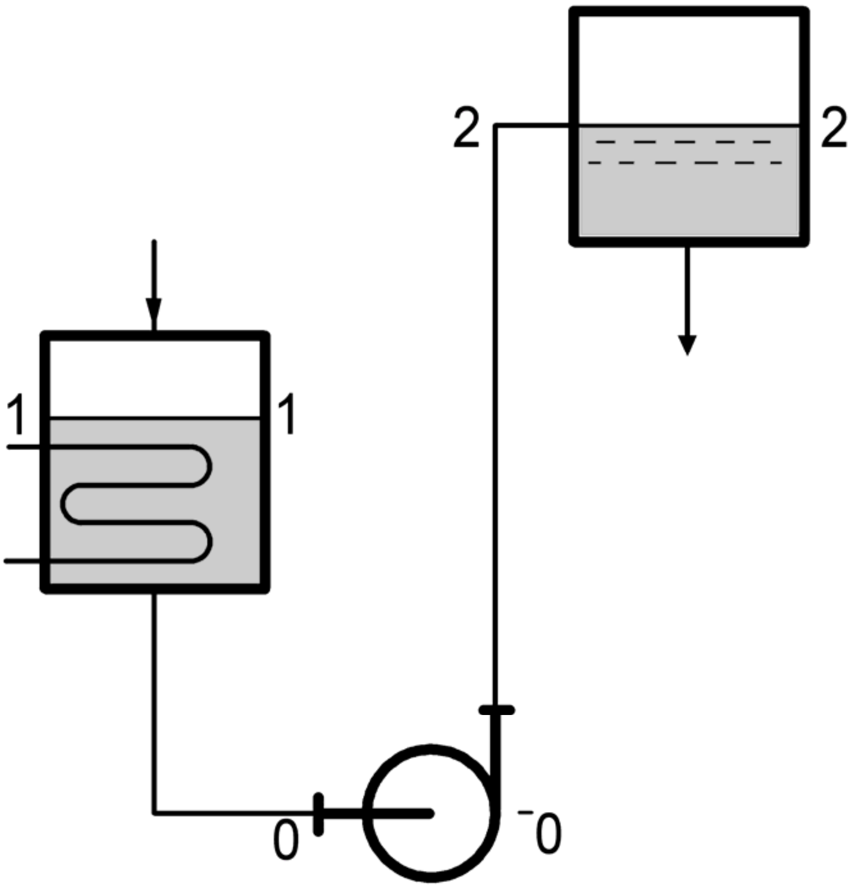

Рис. 57.1. Транспортировка раствора центробежным насосом

Решение

Скорость в трубопроводах:

$$w = \frac{8}{3600 \cdot 0,785 \cdot 0,04^2} = 1,77 \text{ м/с};$$

$$\mathrm{Re} = \frac{1,77 \cdot 0,04 \cdot 950}{0,63 \cdot 10^{-3}} = 106762;$$

$$\lambda = \left(2\lg\left[\frac{0,4}{3,7 \cdot 40} + \left(\frac{6,81}{106762} \right)^{0,9} \right] \right)^{-2} = 0,0387;$$

$$h_{\text{пот 1-2}} = \left(\frac{0,0387}{0,04} \cdot 25 + 20 \right) \cdot \frac{1,77^2}{2 \cdot 9,81} = 7,05 \text{ м}.$$

Определение напора насоса.

Сечения 1–2: $H = \dfrac{(0,75 - 0,8) \cdot 13600 \cdot 9,81}{950 \cdot 9,81} + 20 + 7,05 = 26,33$ м

Определение показания вакуумметра.

Сечения 1–0: $\dfrac{p_1}{\rho g}+\dfrac{w_1^2}{2g}+h_{1-0}=\dfrac{p_{атм}-p_{вак}}{\rho g}+\dfrac{w_0^2}{2g}+h_{п\ вс}$,

$w_1^2 \simeq 0, \quad w_0 = w$

$$p_{вак}=p_{атм}-p_1+\frac{w^2\rho}{2}-h_{1-0}\,g\,\rho+h_{п\ вс}\,g\,\rho=$$

$$=\frac{(750-800)}{1000}\cdot 13600\cdot 9{,}81+\frac{1{,}77^2}{2}\cdot 950-0{,}5\cdot 9{,}81\cdot 950+1{,}5\cdot 9{,}81\cdot 950=$$

$$=4136{,}8\ \text{Па}.$$

Определение показания манометра.

Сечения 1–2: $H=\dfrac{p_{ман}+p_{вак}}{\rho g}+h_{вак\text{-}ман} \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad p_{ман}=H\rho g-p_{вак}-h_{вак\text{-}ман}\cdot\rho g=$$

$$=26{,}33\cdot 9{,}81\cdot 950-4136{,}8-0{,}3\cdot 9{,}81\cdot 950=2{,}384\cdot 10^5\ \text{Па}.$$

Мощность на валу насоса:

$$N_в=\frac{8\cdot 950\cdot 9{,}81\cdot 26{,}33}{3600\cdot 0{,}64}=0{,}852\ \text{кВт}.$$

Задание 58

Центробежный насос перекачивает воду при температуре 20 °С по трубопроводам диаметром 219×6 мм из открытой емкости в аппарат, избыточное давление в котором 1 бар. Суммарная длина линий всасывания и нагнетания 8 м, их сумма коэффициентов местных сопротивлений 14,56. Геометрическая высота подачи 5 м. Характеристику насоса, работающего на данную сеть, можно представить линейным уравнением:

$$H = 21 - 250\cdot Q,$$

где H – напор насоса, м; Q – производительность насоса, м^3/с. Коэффициент гидравлического трения считать постоянным и равным 0,03. КПД насоса 0,6. Найти расход воды, подаваемой насосом, его напор и потребляемую мощность на валу насоса.

Решение

Характеристика сети:

$$H = \frac{p_2 - p_1}{\rho\, g} + H_{\text{г}} + \left(\lambda \frac{L}{d_{\text{вн}}} + \Sigma\xi_{\text{мс}}\right)\left(\frac{4\,Q}{\pi\, d_{\text{вн}}^2}\right)^2 \frac{1}{2\,g} =$$

$$= \frac{10^5}{998 \cdot 9{,}81} + 5 + \left(0{,}03 \cdot \frac{8}{0{,}207} + 14{,}56\right) \frac{Q^2}{0{,}785^2 \cdot \left(0{,}207\right)^4 \cdot 2 \cdot 9{,}81} =$$

$$= 15{,}214 + 708{,}14 \cdot Q^2 .$$

Приравниваем характеристики сети и насоса:

$$H = 15{,}214 + 708{,}14 \cdot Q^2 = 21 - 250 \cdot Q ,$$

$$708{,}14 \cdot Q^2 + 250 \cdot Q - 5{,}79 = 0 ,$$

$$Q = \frac{-250 + \sqrt{250^2 + 4 \cdot 708{,}14 \cdot 5{,}79}}{2 \cdot 708{,}14} = 0{,}0218\ \text{м}^3/\text{с} .$$

Напор:

$$H = 21 - 250 \cdot Q = 21 - 250 \cdot 0{,}0218 = 15{,}55\ \text{м} .$$

Мощность на валу насоса:

$$N = \frac{Q \cdot \rho\, g\, H}{\eta} = \frac{0{,}0218 \cdot 998 \cdot 9{,}81 \cdot 15{,}55}{0{,}6} = 5{,}53\ \text{кВт} .$$

Задание 59

Насос подает охлаждающую воду в трубы четырехходового кожухотрубного конденсатора. Высота труб конденсатора 4 м. Их диаметр 25×2 мм. Число труб – 206. Вода нагревается в трубах на 12 градусов. Сумма коэффициентов местных сопротивлений конденсатора 19, коэффициент гидравлического трения 0,03. Расход насыщенных паров в конденсаторе 1,7 кг/с. Удельная теплота конденсации 540 кДж/кг. Свойства воды принять следующими: плотность 996 кг/м^3, теплоемкость 4,18 кДж/(кг·К). Конденсат отводится при температуре конденсации. Разница температур теплоносителей на входе в 1,6 раза больше, чем на выходе. Определите энергию насоса, затрачиваемую на перекачивание единицы веса жидкости через конденсатор. Найти также коэффициент теплопередачи.

Решение

Тепловой поток:

$$Q_t = m_1 r_1 = 1{,}7 \cdot 540 = 918\ \text{кВт}.$$

Массовый расход воды:

$$m_2 = \frac{Q_t}{c_{p2}\left(t_{2к} - t_{2н}\right)} = \frac{918}{4{,}18 \cdot 12} = 18{,}3\ \text{кг/с};$$

$$Q = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{18{,}3}{996} = 0{,}0184\ \text{м}^3/\text{с};$$

$$w_2 = \frac{0{,}0184 \cdot 4}{206 \cdot 0{,}785 \cdot 0{,}021^2} = 1{,}03\ \text{м/с}.$$

Энергия, затрачиваемая насосом на перекачивание единицы веса воды:

$$H_{\text{т-ка}} = \left(\frac{4 \cdot 4 \cdot 0{,}03}{0{,}021} + 19\right)\frac{1{,}03^2}{2 \cdot 9{,}81} = 2{,}26\ \text{м}.$$

Поверхность теплопередачи, рассчитанная по внешнему диаметру труб

$$F = 206 \cdot 0{,}025 \cdot 3{,}14 \cdot 4 = 64{,}68\ \text{м}^2;$$

$$\Delta t_{\text{ср}} = \frac{12}{\ln 1{,}6} = 25{,}53\ \text{К}.$$

Коэффициент теплопередачи:

$$K = \frac{918 \cdot 1000}{25{,}53 \cdot 64{,}68} = 555{,}9\ \text{Вт/м}^2\text{К}.$$

Задание 60

Воздух при температуре 20 ºC и давлении 735 мм рт.ст. проходит через слой сферических частиц высотой 0,35 м. Диаметр одинаковых частиц 2,1 мм. Гидравлическое сопротивление слоя 2800 Па. Насыпная плотность слоя 870 кг/м^3. Определите скорость воздуха в слое, минимальную скорость начала псевдоожижения, гидравлическое сопротивление псевдоожиженного слоя и скорость уноса частиц. Гидравлическое сопротивление неподвижного слоя рассчитывайте по уравнению:

$$\Delta p = \frac{150(1-\varepsilon)^2 \mu H w}{\varepsilon^3 d^2} + \frac{1{,}75\left(1-\varepsilon\right)\rho H w^2}{\varepsilon^3 d}.$$

Минимальная скорость начала псевдоожижения может быть определена по уравнению:

$$\frac{150\left(1-\varepsilon_{кр}\right)}{\varepsilon_{кр}^{3}}\mathrm{Re}_{кр}+\frac{1{,}75}{\varepsilon_{кр}^{3}}\mathrm{Re}_{кр}^{2}=\mathrm{Ar},$$

где $\varepsilon_{кр}$ и ε – соответственно порозность в начале псевдоожижения и порозность неподвижного слоя; d – диаметр частиц; μ – динамический коэффициент вязкости сплошной фазы ($18\cdot10^{-6}$ Па·с); ρ – плотность сплошной фазы; H – высота неподвижного слоя.

Решение

Плотность газа: $\rho=\frac{29}{22{,}4}\frac{273}{293}\frac{735}{760}=1{,}17$ кг/м^3;

Плотность частиц: $\rho_ч=\frac{870}{1-0{,}4}=1450$ кг/м^3;

Число Архимеда: $\mathrm{Ar}=\frac{\left(2{,}1\cdot10^{-3}\right)^{3}\left(1450-1{,}17\right)\cdot1{,}17\cdot9{,}81}{\left(18\cdot10^{-6}\right)^{2}}=4{,}75\cdot10^{5}.$

Определение величины $\mathrm{Re}_{кр}$:

$$\frac{150\left(1-0{,}4\right)}{0{,}4^{3}}\mathrm{Re}_{кр}+\frac{1{,}75}{0{,}4^{3}}\mathrm{Re}_{кр}^{2}=4{,}75\cdot10^{5}\quad\Rightarrow$$

$$\mathrm{Re}_{кр}^{2}+51{,}43\,\mathrm{Re}_{кр}-17371=0;$$

$$\mathrm{Re}_{кр}=108{,}6.$$

Минимальная скорость начала псевдоожижения:

$$w_{кр}=\frac{108{,}57\cdot18\cdot10^{-6}}{2{,}1\cdot10^{-3}\cdot1{,}17}=0{,}795\text{ м/с}.$$

Гидравлическое сопротивление псевдоожиженного слоя:

$$\Delta p_{пс}=0{,}35\cdot\left(1-0{,}4\right)\left(1450-1{,}17\right)\cdot9{,}81=2985\text{ Па}.$$

Поскольку $\Delta p_{пс}>2800$ Па, слой неподвижный.

Определение скорости газа в неподвижном слое:

$$\Delta p_{н.с.}=\frac{150\left(1-0{,}4\right)^{2}18\cdot10^{-6}\cdot0{,}35\cdot w_{н.с}}{0{,}4^{3}\left(2{,}1\cdot10^{-3}\right)^{2}}+$$

$$+\frac{1{,}75\left(1-0{,}4\right)1{,}17\cdot0{,}35\cdot w_{н.с}{}^{2}}{0{,}4^{3}\cdot2{,}1\cdot10^{-3}}=2800\quad\Rightarrow\qquad w_{н.с}=0{,}766<w_{кр}.$$

Определение скорости уноса в автомодельной области:

$$\mathrm{Re}_{\text{ун}} = 1{,}74 \cdot \mathrm{Ar}^{0{,}5} = 1{,}74 \cdot \left(4{,}75 \cdot 10^{5}\right)^{0{,}5} = 1199.$$

$$w_{\text{ун}} = \frac{1199{,}2 \cdot 18 \cdot 10^{-6}}{2{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}17} = 8{,}79 \text{ м/с}.$$

Задание 61

Суспензия с содержанием 6 мас. % твердой фазы фильтруется в параллельно работающих нутч-фильтрах при 20 °С. Фильтрат – вода. Влажность осадка 50 мас. %. Масса получаемого фильтрата 6000 кг. Удельное сопротивление осадка $r_{\text{ос}} = 8 \cdot 10^{11}$ м$^{-2}$, сопротивление фильтровальной перегородки $R_{\text{ф.п}} = 4{,}5 \cdot 10^{9}$ м$^{-1}$. Время работы фильтров 60,4 ч. Плотность твердой фазы 1500 кг/м^3. Вакуум 500 мм рт. ст. Уравнение фильтрования при Δp = const:

$$V_{\Phi}^2 + \frac{2 \cdot R_{\text{ф.п}} \cdot S \cdot V_{\text{ф}}}{r_{\text{ос}} \cdot \text{к}} - \frac{2 \cdot \Delta P \cdot S^2 \cdot \tau}{\mu \cdot \mathrm{r}_{\text{ос}} \cdot \text{к}} = 0,$$

где S – площадь фильтровальной перегородки; $\mu = 1 \cdot 10^{-3}$ Па·с – вязкость жидкой фазы; к – отношение объема осадка к объему фильтрата; τ – время фильтрования. Определить: массу осадка, его высоту и число нутч-фильтров, необходимых для проведения фильтрования, если диаметр одного фильтра 1,3 м.

Решение

Масса осадка: $m_{\text{ос}} = m_{\text{ф}} \cdot \left(\dfrac{\bar{x}_{\text{сус}} - \bar{x}_{\text{ф}}}{\bar{x}_{\text{ос}} - \bar{x}_{\text{сус}}}\right) = 6000 \cdot \dfrac{0{,}06}{0{,}5 - 0{,}06} = 818{,}18 \text{ кг}.$

Плотность осадка: $\rho_{\text{ос}} = \left(\dfrac{0{,}5}{1500} + \dfrac{0{,}5}{1000}\right)^{-1} = 1200 \text{ кг/м}^3.$

Отношение объема осадка к объему фильтрата:

$$\text{к} = \frac{V_{\text{ос}}}{V_{\text{ф}}} = \frac{818{,}18/1200}{6} = 0{,}114.$$

Площадь фильтровальной перегородки:

$$6^2 + \frac{2 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{9} \cdot 6}{8 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}114} \cdot S - \frac{2 \cdot 13600 \cdot 0{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}4 \cdot 3600}{10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}114} \cdot S^2 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad S = 4{,}277 \text{ м}^2.$$

Число фильтров: $n = \dfrac{4,277}{0,785 \cdot 1,3^2} = 3,22 \quad \Rightarrow \quad 4$ фильтра.

Толщина осадка: $H_{\text{ос}} = \dfrac{V_{\text{ос}}}{4 \cdot 0,785 \cdot d_{\text{ф}}^2} = \dfrac{0,682}{4 \cdot 0,785 \cdot 1,3^2} = 0,128$ м.

Задание 62

В противоточном одноходовом кожухотрубном теплообменнике охлаждается жидкость с расходом 6 кг/с и теплоемкостью 3 кДж/(кг·К) от температуры 110 °С до 60 °С. Число труб в теплообменнике 240, их диаметр 25×2 мм, длина 3 м. Коэффициент теплоотдачи со стороны горячего теплоносителя $\alpha_1 = 649\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{К}}$, со стороны холодного теплоносителя $\alpha_2 = 1500\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{К}}$; сумма термических сопротивлений стенки и загрязнений $6,5\cdot 10^{-4}\,\frac{\text{м}^2\cdot\text{К}}{\text{Вт}}$. Разность температур теплоносителей на входе в теплообменник и на выходе из него одинакова. Определить поверхность теплопередачи, начальную и конечную температуру холодного теплоносителя. Определите также начальную и конечную температуру холодного теплоносителя в случае прямотока теплоносителей, если разность температур теплоносителей на входе в теплообменник в пять раз больше, чем на входе (условно принять все остальные данные прежними).

Решение

Поверхность теплопередачи (по средней величине диаметра труб):

$F = n \cdot \pi \cdot d_{\text{ср}} \cdot L = 240 \cdot 3,14 \cdot 0,023 \cdot 3 = 52$ м^2.

Тепловой поток: $Q_t = m_1 c_1 \left(t_{1\text{н}} - t_{1\text{к}}\right) = 6 \cdot 2 \cdot \left(110 - 60\right) = 900$ кВт.

Коэффициент теплопередачи:

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum r_i + \frac{1}{\alpha_2}\right) = \left(\frac{1}{649} + 6,5 \cdot 10^{-4} + \frac{1}{1500}\right) = 350\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Движущая сила теплопередачи: $\Delta t_{\text{ср}} = \dfrac{Q}{K \cdot F} = \dfrac{900 \cdot 10^3}{52 \cdot 350} = 49,45$.

$110 - t_{2\text{к}} = 49,45 \quad \Rightarrow \quad t_{2\text{к}} = 60,55; \quad 60 - t_{2\text{н}} = 49,45 \quad \Rightarrow \quad t_{2\text{н}} = 10,55$.

$$\Delta t_{\text{ср}} = \frac{\Delta t_{\text{б}} - \Delta t_{\text{м}}}{\ln\dfrac{\Delta t_{\text{б}}}{\Delta t_{\text{м}}}} = \frac{5 \cdot \Delta t_{\text{м}} - \Delta t_{\text{м}}}{\ln 5} = 49,45 \quad \Rightarrow$$

$\Delta t_{\text{м}} = 19,897 = 60 - t_{2\text{к}} \quad \Rightarrow \quad t_{2\text{к}} = 40,1\,°C$,

$\Delta t_{\text{б}} = 5 \cdot \Delta t_{\text{м}} = 5 \cdot 19,897 = 99,485 = 110 - t_{2\text{н}} \quad \Rightarrow \quad t_{2\text{н}} = 10,52\,°C$.

Задание 63

В межтрубное пространство двухходового кожухотрубного дефлегматора ректификационной колонны поступают пары дистиллята при температуре 80 °С, удельная теплота конденсации которых 400 кДж/кг. В трубное пространство поступает вода с начальной температурой 20 °С, которая движется по трубам со скоростью 1 м/с. Дефлегматор изготовлен из 240 труб диаметром 25×2 мм и длиной 4 м. Коэффициент теплопередачи 400 Вт/(м^2·К). Движущую силу теплопередачи рассчитайте как среднюю арифметическую разностей температур теплоносителей. Считая теплоемкость воды постоянной, определите конечную температуру воды. Рассчитайте тепловую нагрузку дефлегматора и количество конденсирующихся паров. Свойства воды: ρ_2 = 998,2 кг/м^3, c_2 = 4182 Дж/(кг·К).

Решение

Площадь сечения трубного пространства:

$$S_2 = \frac{N}{k}\,\pi\,\frac{\left(d - 2\cdot\delta\right)^2}{4} = \frac{240}{2}\,3,142\,\frac{\left[\left(25 - 2\cdot 2\right)\cdot 10^{-3}\right]^2}{4} = 0,04156\ \text{м}^2.$$

Массовый расход воды:

$$m_2 = w_2\,S_2\,\rho_2 = 1\cdot 0,04157\cdot 998,2 = 41,49\ \text{кг/с}.$$

Площадь поверхности теплопередачи (по наружному диаметру труб):

$$F = N\,\pi\,d\,L = 240\cdot 3,142\cdot 25\cdot 10^{-3}\cdot 4 = 75,40\ \text{м}^2.$$

Тепловая нагрузка теплообменника:

по основному уравнению теплопередачи $Q_{\text{t}} = K\,F\,\Delta t_{\text{ср}}$,

по воде $Q_{\text{t}} = m_2\,c_2\left(t_{2\text{к}} - t_{2\text{н}}\right)$.

Приравниваем тепловые нагрузки, подставляя выражение для движущей силы: $K\,F\,\dfrac{\left(t_1 - t_{2\text{н}}\right) + \left(t_1 - t_{2\text{к}}\right)}{2} = m_2\,c_2\left(t_{2\text{к}} - t_{2\text{н}}\right)$, откуда:

$$t_{2\text{к}} = \frac{K\,F\left(2\,t_1 - t_{2\text{н}}\right) + 2\,m_2\,c_2\,t_{2\text{н}}}{K\,F + 2\,m_2\,c_2} =$$

$$= \frac{400 \cdot 75{,}40 \cdot \left(2 \cdot 80 - 20\right) + 2 \cdot 41{,}49 \cdot 4182 \cdot 20}{400 \cdot 75{,}40 + 2 \cdot 41{,}49 \cdot 4182} = 29{,}60\ °C.$$

Движущая сила:

$$\Delta t_{\text{ср}} = \frac{\left(t_1 - t_{2\text{н}}\right) + \left(t_1 - t_{2\text{к}}\right)}{2} = \frac{\left(80 - 20\right) + \left(80 - 29{,}60\right)}{2} = 55{,}20.$$

Тепловая нагрузка:

$Q_{\text{t}} = m_2\, c_2 \left(t_{2\text{к}} - t_{2\text{н}}\right) = 41{,}49 \cdot 4182 \cdot \left(29{,}60 - 20\right) = 1665\ \text{кВт}$,

или $Q_{\text{t}} = K\ F\ \Delta t_{\text{ср}} = 400 \cdot 75{,}40 \cdot 55{,}20 = 1665\ \text{кВт}$.

Расход паров дистиллята: $m_1 = \dfrac{Q_{\text{t}}}{r_1} = \dfrac{1665 \cdot 10^3}{400 \cdot 10^3} = 4{,}162\ \text{кг/с}$.

Погрешность вычисления $\Delta t_{\text{ср}}$:

$\Delta t_{\text{б}} = 80 - 20 = 60$, $\Delta t_{\text{м}} = 80 - 29{,}60 = 50{,}40$,

$$\Delta t_{\text{ср}} = \frac{\Delta t_{\text{б}} - \Delta t_{\text{м}}}{\ln \dfrac{\Delta t_{\text{б}}}{\Delta t_{\text{м}}}} = \frac{60 - 50{,}40}{\ln \dfrac{60}{50{,}40}} = 55{,}06,\ \Delta = \frac{55{,}20 - 55{,}06}{55{,}06} \cdot 100\ \% = 0{,}25\ \%.$$

Задание 64

Посеребренные станки сосуда Дюара обращены друг к другу. Температура жидкости в сосуде 100 °С, температура окружающей среды 20 °С. Принять, что стенки сосуда имеют те же температуры. Степень черноты посеребренных стенок $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0{,}02$. Переделите плотность лучистого теплового потока между стенками. Найдите также толщину теплоизоляции из пробки, через которую будет проходить тот же тепловой поток. Коэффициент теплопроводности пробки: $\lambda = 0{,}047$ Вт/(м·К). Приведенная степень черноты может быть определена по формуле:

$$\varepsilon_{\text{пр}} = \left[1 + \left(\varepsilon_1^{-1} - 1\right) \cdot \varphi_{1-2} + \left(\varepsilon_2^{-1} - 1\right) \cdot \varphi_{2-1}\right],$$

где φ_{1-2} и φ_{2-1} – угловые коэффициенты. Постоянная Стефана – Больцмана: $\sigma_0 = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4).

Решение

Результирующая плотность потока лучистого тепла:

$q_{\text{рез}} = \varepsilon_{\text{пр}}\, \sigma_0\, \varphi_{1-2} \left(T_1^4 - T_2^4\right)$, $\varphi_{1-2} = 1$;

$$\varepsilon_{пр} = \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)^{-1} = \left(\frac{1}{0,02} + \frac{1}{0,02} - 1\right)^{-1} = 0,0101;$$

$$q_{рез} = 0,0101 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot \left[\left(273+100\right)^4 - \left(273+20\right)^4\right] = 6,8\ \text{Вт}/\text{м}^2 .$$

Определение толщины изоляции:

$$q_{рез} = \frac{\lambda}{\delta}\left(t_1 - t_2\right) \quad \Rightarrow \quad \delta = \frac{\lambda\left(t_1 - t_2\right)}{q_{рез}} = \frac{0,047\left(100-20\right)}{6,8} = 0,553\ \text{м} .$$

Более точно толщина изоляции может быть определена по формуле из теоретического задания 38:

$$\delta_{из} = \left[t_1 - t_2 + \frac{a}{2b} - \sqrt{\frac{a^2}{4b^2} + \frac{q}{b}}\right]\frac{\lambda_{из}}{q},$$

где a = 9,7; b = 0,07;

что дает следующий результат: δ = 0,548 м.

Задание 65

Для ректификационной колонны непрерывного действия ордината точки пересечения рабочих линий составляет 0,54 мольн. дол. легколетучего компонента (ЛК), концентрация ЛК в питании x_F = 0,35 мольн. дол., а в кубовом остатке x_W = 0,015 мольн. дол. Эффективность по Мэрфри нижней тарелки колонны E_{my} = 0,85, относительная летучесть смеси на этой тарелке α = 2,3. Смесь поступает в колонну при температуре кипения. Напишите уравнение рабочей линии нижней части колонны; найдите концентрацию пара, поднимающегося с нижней тарелки, и концентрацию жидкости, стекающей на нее.

Решение

Уравнение рабочей линии:

$y_{n-1} = a \cdot x_n + b$,

$$\begin{cases} 0,54 = a \cdot 0,35 + b \\ 0,015 = a \cdot 0,015 + b \end{cases} \quad \Rightarrow \quad a = 1,567; b = -8,5 \cdot 10^{-3};$$

$y_{n-1} = 1,567 \cdot x_n - 8,5 \cdot 10^{-3}$.

Концентрация ЛК в паре, равновесном с кубовым остатком:

$$y^*(x_W) = \frac{\alpha \cdot x_W}{(\alpha - 1)\cdot x_W + 1} = \frac{2,3 \cdot 0,015}{(2,3-1)\cdot 0,015 + 1} = 0,0338\,.$$

Определение концентраций y_1 и x_2:

$$E_{my} = \frac{y_1 - x_W}{y^*(x_W) - x_W} = \frac{y_1 - 0,015}{0,0338 - 0,015} = 0,85 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 0,031\,;$$

$$y_1 = 1,567 \cdot x_2 - 8,5 \cdot 10^{-3} \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{0,031 + 8,5 \cdot 10^{-3}}{1,567} = 0,0252\,.$$

Задание 66

Для тарельчатой ректификационной колонны непрерывного действия ордината точки пересечения рабочих линий составляет 0,52 мольн. дол. легколетучего компонента (ЛК). Концентрация ЛК в питании $x_F = 0,35$ мольн. дол., а в дистилляте $x_D = 0,96$ мольн. дол. Эффективность по Мэрфри нижней тарелки верхней части колонны $E_{my} = 0,8$, относительная летучесть смеси на этой тарелке $\alpha = 2,5$. Смесь подается в колонну при температуре кипения. Напишите уравнение рабочей линии верхней части колонны; найдите состав пара над нижней тарелкой верхней части колонны; определите коэффициент избытка флегмы.

Решение

Уравнение рабочей линии:

$y_{n-1} = a \cdot x_n + b$,

$$\begin{cases} 0,96 = a \cdot 0,96 + b \\ 0,52 = a \cdot 0,35 + b \end{cases} \quad \Rightarrow \quad a = 0,721;\, b = 0,268\,;$$

$y_{n-1} = 0,721 \cdot x_n + 0,268$.

Концентрация ЛК в паре, равновесном с питанием:

$$y^*(x_F) = \frac{\alpha \cdot x_F}{(\alpha - 1)\cdot x_F + 1} = \frac{2,5 \cdot 0,35}{(2,5-1)\cdot 0,35 + 1} = 0,574\,.$$

Концентрация пара над нижней тарелкой верхней части колонны:

$$y_n = y_{n-1} + E_{my}\left(y^*(x_F) - y_{n-1}\right) = 0,52 + 0,8\left(0,574 - 0,52\right) = 0,563\,.$$

Коэффициент избытка флегмы:

$$R = \frac{a}{1-a} = \frac{0,721}{1-0,721} = 2,584\,;\; R_{min} = \frac{x_D - y^*(x_F)}{y^*(x_F) - x_F} = \frac{0,96 - 0,574}{0,574 - 0,35} = 1,723\,;$$

$$\beta = \frac{R}{R_{\min}} = \frac{2,584}{1,723} = 1,5.$$

Задание 67

В ректификационной колонне непрерывного действия известны мольные доли легколетучего компонента в питании x_F = 0,38 мольн. дол., в дистилляте x_D = 0,96 мольн. дол. и в кубовом остатке x_W = 0,015 мольн. дол. Концентрация пара, поднимающегося на верхнюю тарелку колонны 0,83 мольн. дол.; концентрация жидкости, стекающей с верхней тарелки 0,8 мольн. дол. Флегмовое число в 1,5 раза больше минимального. Питание подается в колонну при температуре, превышающей температуру кипения. При концентрации жидкой смеси, соответствующей точке пересечения рабочих линий с равновесной кривой относительная летучесть $\alpha = 2,5$. Определите минимальное и рабочее флкгмовое число; долю пара в питании (долю отгона) и концентрацию пара, выходящего с нижней тарелки колонны.

Решение

Из уравнения рабочей линии получаем флегмовое число:

$$0,83 = \frac{R}{R+1} \cdot 0,8 + \frac{0,9}{R+1} \quad \Rightarrow \quad R = 2,333; \; R_{\min} = \frac{R}{\beta} = \frac{2,333}{1,5} = 1,556.$$

Исходя из пересечения рабочей линии с равновесной кривой (x^* – абсцисса точки пересечения), получим:

$$\frac{R_{\min}}{R_{\min}+1} \cdot x^* + \frac{x_D}{R_{\min}+1} = \frac{\alpha \cdot x^*}{(\alpha - 1) \cdot x^* + 1} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1,556}{1,556+1} \cdot x^* + \frac{0,9}{2,556} = \frac{2,5 \cdot x^*}{(2,5-1) \cdot x^* + 1} \quad \Rightarrow$$

$$(x^*)^2 - 1,4927 \cdot x^* + 0,3856 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^* = 0,332.$$

Уравнение рабочей линии зоны ввода питания (e – доля отгона):

$$y = \frac{x_F}{e} - \frac{1-e}{e} \cdot x^* \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2,5 \cdot 0,332}{(2,5-1) \cdot 0,332 + 1} = \frac{0,38}{e} - \frac{1-e}{e} \cdot 0,332 \quad \Rightarrow \quad e = 0,216.$$

Задание 68

В ректификационной колонне разделяется смесь с начальной концентрацией легколетучего компонента 0,7 мольн. дол. Концентрация ЛК в дистилляте 0,99 мольн. дол. Флегмовое число 1,55. Равновесие фаз в верхней части колонны описывается уравнением:

$$y^* = 1{,}73 \cdot x - 0{,}73 \cdot x^2.$$

Определить число теоретических тарелок в верхней (укрепляющей) части колонны.

Решение

Уравнение рабочей линии:

$$y_{\text{n-1}} = \frac{1{,}55}{1{,}55+1} \cdot x_{\text{n}} + \frac{0{,}99}{1{,}55+1} \quad \Rightarrow \quad x_{\text{n}} = 1{,}645 \cdot y_{\text{n-1}} - 0{,}638.$$

Концентрация ЛК в жидкости, стекающей с нижней (первой) тарелки верхней части колонны $x_1 = 0{,}7$. Концентрация в паре, поднимающемся с этой теоретической тарелки:

$$y_1 = 1{,}73 \cdot 0{,}7 - 0{,}73 \cdot 0{,}7^2 = 0{,}853.$$

Концентрация ЛК в жидкости, стекающей со второй тарелки:

$$x_2 = 1{,}645 \cdot 0{,}853 - 0{,}638 = 0{,}7652.$$

Повторяя расчет от тарелки к тарелке, получим следующие ряды концентраций:

Номер тарелки	1	2	3	4	5	6
x	0,7	0,7652	0,8365	0,9023	0,9521	0,9830
y	0,853	0,8964	0,9364	0,9666	0,9854	0,9953

Пар, поднимающийся с 6-й тарелки, имеет концентрацию ЛК немного превышающую x_D, следовательно, число теоретических тарелок в укрепляющей части колонны можно принять равным шести.

Задание 69

В тарельчатой ректификационной колонне разделяется бинарная смесь с начальным содержанием легколетучего компонента 0,15 мольн. дол.; содержание ЛК в кубовом остатке 0,02 мольн. дол. Уравнение рабочей линии нижней (исчерпывающей) части колонны:

$$x_{\text{n}} = 0{,}556 \cdot y_{\text{n}-1} + 8{,}9 \cdot 10^{-3}.$$

Равновесие фаз описывается уравнением:

$$y^* = \frac{2{,}4x}{1{,}4x+1}.$$

Коэффициенты массоотдачи в фазах, отнесенные к площади тарелки: $\beta_y = 0{,}0625\ \text{кмоль}\big/\left(\text{м}^2\cdot\text{с}\right)$, $\beta_x = 0{,}333\ \text{кмоль}\big/\left(\text{м}^2\cdot\text{с}\right)$. Число единиц переноса на тарелке выражается формулой:

$$n_{\text{Oy}} = \frac{K_{\text{fy}} M}{q},$$

где $q = 2{,}43\ \text{кг}\big/\left(\text{м}^2\cdot\text{с}\right)$ – средняя плотность потока массы пара на тарелках нижней части колонны; $M = 88\ \text{кг}/\text{кмоль}$ – молекулярная масса паров нижней части колонны. Жидкость на тарелке полностью перемешана, а пар движется по модели идеального вытеснения. Эффектами брызгоуноса и байпасирования жидкости пренебречь. Определите необходимое число тарелок в нижней части колонны.

Решение

Коэффициент массопередачи:

$$K_{\text{fy}} = \frac{1}{\dfrac{1}{\beta_{\text{fy}}}+\dfrac{m}{\beta_{\text{fx}}}} = \frac{1}{\dfrac{1}{0{,}0625}+\dfrac{m}{0{,}333}} = \frac{1}{16+3m};$$

$$m = \frac{\mathrm{d}y^*}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{2{,}4x}{1{,}4x+1}\right) = 2{,}4\left[\frac{(1{,}4x+1)-x\cdot 1{,}4}{(1{,}4x+1)^2}\right] = \frac{2{,}4}{(1{,}4x+1)^2}.$$

$$n_{\text{Oy}} = \frac{K_{\text{fy}} M}{q} = \frac{K_{\text{fy}}\, 88}{2{,}43} = \frac{36{,}2}{16+\dfrac{3\cdot 2{,}4}{(1{,}4x+1)^2}}. \qquad (69.1)$$

Эффективность по Мэрфри:

$$E_{\text{my}} = 1 - e^{-n_{\text{Oy}}}. \qquad (69.2)$$

Уравнения, связывающие концентрации фаз, входящих на тарелку n (y_{n-1}; x_{n+1}) и уходящих с тарелки (y_n; x_n):

$$y_n = y_{n-1} + E_{\text{my}}\left(y^*(x_n) - y_{n-1}\right); \qquad (69.3)$$

$$x_{n+1} = 0{,}556\cdot y_n + 8{,}9\cdot 10^{-3}. \qquad (69.4)$$

Определяя концентрации фаз на тарелках по уравнениям (69.1)–(69.4) от $x = 0{,}02$ до 0,15, получим необходимое число тарелок.

Первая тарелка (нижняя):

$$x_1 = 0{,}02;\ n_{\text{Oy}} = \frac{36{,}2}{16 + \dfrac{3 \cdot 2{,}4}{\left(1{,}40{,}02+1\right)^2}} = 1{,}587;\ E_{\text{my}} = 1 - e^{-1{,}587} = 0{,}795;$$

$$y_1 = 0{,}02 + 0{,}795\left(\frac{2{,}4 \cdot 0{,}02}{1{,}4 \cdot 0{,}02 + 1} - 0{,}02\right) = 0{,}041;$$

$x_2 = 0{,}556 \cdot 0{,}041 + 8{,}9 \cdot 10^{-3} = 0{,}0317$.

Повторяя расчет «от тарелки к тарелке», получим следующие результаты:

Номер тарелки	1	2	3	4	5	6	7	8
x	0,02	0,0317	0,0458	0,0623	0,809	0,401	0,122	0,1434
E_{my}	0,795	0,798	0,802	0,805	0,810	0,814	0,818	0,821
y	0,0410	0,0664	0,0960	0,1290	0,1658	0,2030	0,2420	0,2786

Граничные условия для верхней тарелки ($x_{\text{n+1}} = 0{,}15$):

$$y_{\text{n}} = \frac{x_{\text{n+1}}}{0{,}556} - \frac{8{,}9 \cdot 10^{-3}}{0{,}556} = 0{,}2539,$$

следовательно, необходимое число тарелок будет при условии $y_{\text{n}} \geq 0{,}2539$, что соответствует $n = 8$.

Задание 70

В ректификационной колонне периодического действия разделяется смесь бензол–толуол при постоянном флегмовом числе $R = 2{,}2$. Количество питания $F = 58{,}18$ кмоль. Концентрация легколетучего компонента в питании $x_{\text{F}} = 0{,}44$ мольн. дол. Первая капля дистиллята имеет концентрацию ЛК 0,96 мольн. дол. Концентрация ЛК в кубовом остатке в конце процесса разделения $x_{\text{W K}} = 0{,}06$ мольн. дол. При расчете процесса разделения принимается условие постоянства числа теоретических тарелок n_{T}. При постоянном флегмовом числе и постоянной величине n_{T}, в соответствии с равновесной зависимостью $y^* = \text{f}(x)$, при различном положении рабочих линий, получены следующие концентрации в дистилляте и кубовом остатке:

x_D	0,96	0,90	0,84	0,70	0,60	0,553	0,50	0,286
x_W	0,44	0,32	0,27	0,20	0,14	0,126	0,11	0,06

Определите количество кубового остатка, дистиллята и концентрацию ЛК в сборнике дистиллята.

Решение

При условии постоянства R и n_T, количество кубового остатка можно определить из уравнения:

$$\ln\frac{F}{W}=\int_{x_{W\text{к}}}^{x_F}\frac{\mathrm{d}x_W}{x_D-x_W}.$$

Численное значение интеграла можно определить методом трапеций в соответствии с таблицей:

x_D	0,96	0,9	0,84	0,7	0,6	0,553	0,5	0,286
x_W	0,44	0,32	0,27	0,2	0,14	0,126	0,11	0,06
$(x_D-x_W)^{-1}$	1,923	1,724	1,754	2,0	2,174	2,421	2,564	4,425

$$\ln\frac{F}{W}=\int_{0,06}^{0,44}\frac{\mathrm{d}x_W}{x_D-x_W}=0,808 \quad\Rightarrow\quad W=58,18\cdot e^{-0,808}=25,9;$$

$$D=58,18-25,93=32,246\ \text{кмоль};\quad x_D=\frac{58,18\cdot 0,44-25,93\cdot 0,06}{32,246}=0,746.$$

Задание 71

При бесконечной скорости адсорбции время полного насыщения слоя исходного чистого адсорбента высотой H в случае выпуклой равновесной зависимости ($\mathrm{d}^2X/\mathrm{d}^2C<0$) выражается уравнением:

$$\tau=\frac{H\left(\varepsilon C_\text{н}+\rho_\text{нас}X^*(C_\text{н})\right)}{w_\text{пр}C_\text{н}},$$

где $w_\text{пр}$ – приведенная (фиктивная) скорость сплошной фазы, м/с; ε – порозность слоя; $\rho_\text{нас}$ – насыпная плотность слоя, кг/м^3; $C_\text{н}$ – начальная концентрация адсорбтива в сплошной фазе, кг/м^3; X – концентрация поглощаемого вещества в адсорбенте, кг/кг адсорбента. Выпуклая равновесная зависимость выражается уравнением:

$$X^*(C)=\frac{aC}{1+bC},$$

где $a = 0{,}375$, $b = 8$ – константы уравнения равновесия. Плотность гранул адсорбента 750 кг/м^3; порозность слоя 0,4; масса адсорбента 1323 кг; диаметр адсорбера 1,2 м. Начальная концентрация адсорбтива в смеси 0,031 мольн. дол. Скорость газа относительно стенок аппарата 0,225 м/с. Найдите время полного насыщения слоя при адсорбции метана из его смеси с водородом при давлении 1 МПа и температуре 25 °С.

Решение

Концентрация метана:

$$C_{\text{н}} = \frac{y\,p\,M_{\text{CH}_4}}{RT} = \frac{0{,}031 \cdot 10^6 \cdot 16}{8314 \cdot (25 + 273)} = 0{,}2 \text{ кг/м}^3 .$$

Насыпная плотность слоя:

$$\rho_{\text{нас}} = \rho_{\text{гр}} (1 - \varepsilon) = 750 \cdot (1 - 0{,}4) = 450 \text{ кг/м}^3 .$$

Приведенная скорость газа:

$$w_{\text{пр}} = w \cdot \varepsilon = 0{,}225 \cdot 0{,}4 = 0{,}09 \text{ м/с} .$$

Высота слоя:

$$H = \frac{m}{\rho_{\text{нас}} \cdot S} = \frac{m}{\rho_{\text{нас}} \cdot \pi/4 \cdot d^2} = \frac{1323}{450 \cdot 0{,}785 \cdot 1{,}2^2} = 2{,}6 \text{ м} .$$

Время полного насыщения:

$$\tau = \frac{H\left(\varepsilon\, C_{\text{н}} + \rho_{\text{нас}} X^*(C_{\text{н}})\right)}{w_{\text{пр}}\, C_{\text{н}}} = \frac{2{,}6\left(0{,}4 \cdot 0{,}2 + 450 \cdot \dfrac{0{,}375 \cdot 0{,}2}{1 + 8 \cdot 0{,}2}\right)}{0{,}09 \cdot 0{,}2} = 1886{,}5 \text{ с} .$$

Задание 72

Проводится десорбция из слоя активного угля, насыщенного метаном. Десорбирующий газ – водород, на входе не содержащий метана. Масса слоя угля 1323 кг; диаметр адсорбера 1,2 м; насыпная плотность угля 450 кг/м^3. Фиктивная скорость водорода 0,09 м/с. Изотерма адсорбции в условиях проведения десорбции выражается уравнением:

$$X^*(C) = \frac{0{,}375\,C}{1 + 8\,C},$$

где $X^*(C)$ – концентрация метана в угле, кг/кг угля; C – концентрация метана в газе, кг/м^3. Процесс десорбции принять равновесным. Уравнение, связывающее время равновесного процесса десорбции вещества из адсорбента с концентрацией этого вещества в выходящем из слоя десорбирующем газе, имеет следующий вид:

$$\tau = \frac{H\left(\varepsilon + \rho_{\text{нас}}\dfrac{\mathrm{d}X^*(C)}{\mathrm{d}C}\right)}{w_{\text{пр}}},$$

где $\mathrm{d}X^*(C)/\mathrm{d}C$ – производная от функции равновесия в точке, советующей концентрации газа, выходящего из слоя, H – высота слоя, м; ε – порозность слоя; $\rho_{\text{нас}}$ – насыпная плотность слоя, кг/м^3; $w_{\text{пр}}$ – приведенная скорость газа, м/с. Определите время, когда концентрация метана в выходящем из слоя газе будет равна 0,05 кг/м^3, а также время полной десорбции метана из угля.

Решение

Высота слоя активного угля:

$$H = \frac{m}{\rho_{\text{нас}} \cdot S} = \frac{m}{\rho_{\text{нас}} \cdot \frac{\pi}{4} d^2} = \frac{1323}{450 \cdot 0{,}785 \cdot 1{,}2^2} = 2{,}6 \text{ м}.$$

Производная от функции равновесия:

$$\frac{\mathrm{d}X^*(C)}{\mathrm{d}C} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}C}\left(\frac{0{,}375\,C}{1+8\,C}\right) = 0{,}375\left[\frac{1}{1+8\,C} - \frac{8\,C}{(1+8\,C)^2}\right] =$$

$$= 0{,}375\left[\frac{1+8\,C-8\,C}{(1+8\,C)^2}\right] = \frac{0{,}375}{(1+8\,C)^2}.$$

Время выхода из слоя водорода с концентрацией метана C = 0,05 кг/м^3:

$$\tau = \frac{H\left(\varepsilon + \rho_{\text{нас}}\dfrac{\mathrm{d}X^*(C)}{\mathrm{d}C}\right)}{w_{\text{пр}}} = \frac{2{,}6\left[0{,}4 + 450 \cdot \dfrac{0{,}375}{(1+8 \cdot 0{,}05)^2}\right]}{0{,}09} = 2499 \text{ с}.$$

Время полной десорбции метана $C = 0$:

$$\tau = \frac{2{,}6\,(0{,}4 + 450 \cdot 0{,}375)}{0{,}09} = 4887 \text{ с}.$$

Задание 73

В воздушной сушилке, работающей по основному варианту, удаляется из влажного материала 650 кг/ч воды. Температуры мокрого и сухого термометров воздуха, входящего в калорифер, равны соответственно 20 и 25 °С. Температура воздуха после калорифера t_1 = 160 °С. Величина отношения разницы энтальпий воздуха после и до сушильной камеры к соответствующей разнице влагосодержаний Δ = –750 кДж/кг испаренной влаги. Температура воздуха после сушилки t_2 = 45 °С. Давление в сушилке 745 мм рт. ст. Определите расход воздуха и тепла на сушку, температуру точки росы воздуха до калорифера и относительную влажность воздуха, выходящего из сушилки. Все расчеты выполните аналитически. Используемые индексы параметров: 0 – до калорифера, 1 – после калорифера, 2 – после сушилки. Давление насыщенного пара воды можно определить по уравнению Антуана:

$$p^0(t) = 8{,}9 \cdot 10^7\, e^{-\frac{3816{,}44}{t+227}}.$$

Решение

Давление насыщенного пара воды до калорифера при $t_{м0}$ находим по уравнению Антуана:

$$p^0(t_{м0}) = 8{,}9 \cdot 10^7\, e^{-\frac{3816{,}44}{t_{м0}+227}} = 17{,}34 \text{ мм рт. ст.}$$

Влагосодержание при температуре мокрого термометра:

$$x_{м0} = 0{,}62\,\frac{p^0(t_{м0})}{p_{общ} - p^0(t_{м0})} = 0{,}62\,\frac{17{,}34}{745 - 17{,}34} = 0{,}0148 \text{ кг влаги/кг сухого возд.}$$

Энтальпия воздуха при температуре мокрого термометра:

$$I_0 = \left(1 + 1{,}97 \cdot 0{,}0148\right) \cdot 20 + 2493 \cdot 0{,}0148 = 57{,}48 \text{ кДж/кг сухого возд.}$$

Считая приближенно, что процесс охлаждения воздуха до $t_{м0}$ идет при постоянной энтальпии, получим:

$$\left(1 + 1{,}97 \cdot x_0\right) \cdot 25 + 2493 \cdot x_0 = 57{,}48 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 0{,}0128 \text{ кг влаги/кг сухого возд.}$$

Энтальпия воздуха после калорифера:

$$I_1 = \left(1 + 1{,}97 \cdot 0{,}0128\right) \cdot 160 + 2493 \cdot 0{,}0128 = 195{,}9 \text{ кДж/кг сухого возд.}$$

Влагосодержание воздуха после сушилки:

$$\Delta = \frac{I_2 - I_1}{x_2 - x_1} = \frac{\left(1 + 1{,}97 \cdot x_2\right) \cdot 45 + 2493 \cdot x_2 - 195{,}9}{x_2 - 0{,}0128} = -750 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x_2 = 0{,}0482 \text{ кг влаги/кг сухого возд.}$$

Расход воздуха: $L = \dfrac{W}{x_2 - x_1} = \dfrac{650}{0{,}0482 - 0{,}0128} = 18\,362$ кг/ч.

Расход тепла в калорифере:

$$Q_к = L\left(I_1 - I_0\right) = \frac{18\,362}{3600}\left(195{,}9 - 57{,}48\right) = 706{,}0 \text{ кВт}.$$

Давление насыщенного пара воды в точке росы:

$$x_0 = 0{,}62\,\frac{p^0(t_р)}{745 - p^0(t_р)} = 0{,}0128 \quad \Rightarrow \quad p^0(t_р) = 15{,}07 \text{ мм рт. ст.}$$

Температура точки росы:

$$t_р = \frac{3816{,}44}{18{,}304 - \ln\, p^0(t_р)} - 227 \quad \Rightarrow \quad t_р = 17{,}8\ °\text{C}.$$

Относительная влажность воздуха после сушилки:

$$x_2 = 0{,}62\,\frac{\varphi_2 \cdot p^0(t_2)}{745 - \varphi_2 \cdot p^0(t_2)} = 0{,}0482;\ p^0(t_2) = p^0(45\ °\text{C}) = 71{,}74 \text{ мм рт. ст.} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \varphi_2 = 0{,}749 = 74{,}9\ \%.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Касаткин А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии: учебник для вузов. – 12-е изд., стереотип., дораб., Перепечатка с изд. 1973 г. – М.: Альянс, 2005. – 750 с.
2. Основные процессы и аппараты химической технологии: пособие по проектированию / ред. Ю. И. Дытнерский. – 4-е изд., стер., перепеч. с изд. 1991 г. – М.: Альянс, 2008. – 493 с.
3. Физико-химические свойства веществ: методические указания по курсовому проектированию / Л. В. Равичев, А. М. Трушин, Р. Б. Комляшев, А. С. Васильев, С. И. Ильина, Л. С. Сальникова. – М.: РХТУ им. Д. И. Менделеева, 2020. – 104 с.
4. Задачник-тренажер по процессам и аппаратам химической технологии: учеб. пособие / Л. В. Равичев, С. И. Ильина, Р. Б. Комляшев, М. А. Носырев, Л. С. Сальникова., В. Н. Бобылев. – М.: РХТУ им. Д. И. Менделеева, 2020. – 264 с.
5. Coulson J. M., Richardson J. F. Chemical engineering. – Oxford: Butterworth Heinemann, Vol. 1–6, 2019.
6. Ульянов Б. А. Процессы переноса в химической технологии. – Ангарск: Ангарская гос. техн. академия, 2015. – 337 с.
7. Шервуд Т., Пигфорд Р., Уилки Ч. Массопередача: пер. с англ. – М.: Химия, 1982. – 695 с.
8. Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М. Теория тепло- и массообмена: пер. с англ. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1961. – 680 с.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: учеб. пособ.: для вузов. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. – 5-е изд., стереот. – М.: Физматлит, 2001. – 736 с.
10. Кутепов А. М., Полянин А. Д., Запрянов З. Д. и др. Химическая гидродинамика: справ. пособие. – М.: Бюро Квантум, 1996. – 336 с.
11. Телегин А. С., Швыдкий В. С., Ярошенко Ю. Г. Тепломассоперенос: учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Академкнига, 2002. – 454 с.
12. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей: справочное пособие / пер. с англ. под ред. Б.И. Соколова. – Л.: Химия, 1982. – 592 с.
13. К вопросу о расчете скорости начала псевдоожижения / А. М. Трушин, Л. В. Равичев, М. А. Носырев, В. Е. Яшин // Теор. основы хим. технол. 2021. Т. 55. №2. С. 261–264.

Учебное издание

ТРУШИН Александр Михайлович
РАВИЧЕВ Леонид Владимирович
КОМЛЯШЕВ Роман Борисович
ИЛЬИНА Светлана Игоревна
БОРОДКИН Алексей Георгиевич
НОСЫРЕВ Михаил Андреевич

СБОРНИК ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОЛИМПИАД ПО ПРОЦЕССАМ И АППАРАТАМ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Редактор Е. В. Копасова

Подписано в печать 18.10.2021 г. Формат 60х84 1/16.
Усл. печ. л. 4,4. Уч.-изд. л. 4,5. Тираж 100 экз. Заказ

Российский химико-технологический университет имени Д. И. Менделеева

Издательский центр

Адрес университета и Издательского центра
125047 г. Москва, Миусская пл., 9.